



Adriano Andrade Moreno

Licenciado

**Desenvolvimento do segundo e
terceiro pilares da Segurança Social
- O caso de Cabo Verde -**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Matemática
e Aplicações, no ramo Actuariado, Estatística e Investigação
Operacional

Orientador: Maria de Lourdes Belchior Afonso,
Professora Auxiliar,
Faculdade de Ciências e Tecnologia

Co-orientador: Pedro Alexandre da Rosa Corte Real,
Professor Auxiliar,
Faculdade de Ciências e Tecnologia

Júri:

Presidente: Prof. Doutor Manuel Leote Tavares Inglês Esquivel
Vogais: Prof. Doutor Pedro Alexandre da Rosa Corte Real
Prof. Doutora Maria de Lourdes Belchior Afonso
Prof. Doutora Gracinda Rita Diogo Guerreiro

Desenvolvimento do segundo e terceiro pilares da Segurança Social - O caso de Cabo Verde -

Adriano Andrade Moreno

© Copyright

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Ter um ideal sublime, lutar sempre e até o fim pelo que desejo, são duas das minhas características mais marcantes. Após uma década longe do ambiente académico não foi fácil conseguir fazer este mestrado, por isso começo em primeiro lugar, a agradecer a Deus, que me deu forças para seguir em frente, ultrapassar todos os obstáculos e concluir mais uma etapa na vida.

Queria também manifestar os meus sinceros agradecimentos à Professora Doutora Maria de Lourdes Afonso e ao Professor Doutor Pedro Alexandre da Rosa Corte Real, orientadores da dissertação, pelo apoio, pela partilha do saber e as valiosas contribuições para o trabalho. Acima de tudo, obrigado à Professora Doutora Maria de Lourdes Afonso pela paciência e total disponibilidade.

Ao Instituto Português de Apoio ao Desenvolvimento pela concessão da bolsa de estudos e ao Ministério da Educação e Desporto de Cabo Verde, sem o apoio dos quais, este projecto, não teria sido possível.

O meu profundo agradecimento ao meu primo Afonso e sua família, por me terem acolhido em sua casa e pelos apoios prestados nas horas mais difíceis.

À minha querida esposa Any e meus filhos, pelo inestimável apoio familiar, pela paciência, e compreensão revelada ao longo destes anos, apesar da ausência.

À minha mãe e à memória do meu pai, pelos valores que me transmitiram ao longo da vida e que fizeram de mim o que sou hoje.

Aos meus irmãos, pelo incentivo e apoio incondicional.

Finalmente, os meus sinceros agradecimentos a todos os que, de uma forma ou de outra, colaboraram para que este trabalho se tornasse realidade.

Resumo

Em Cabo Verde, de acordo com o Decreto-Lei nº 5/2004 de 16 de Fevereiro, a taxa de substituição líquida (isto é, o quociente entre o valor da primeira pensão a receber da Segurança Social e o último salário auferido, ambos líquidos de impostos) é, no máximo, de 80%. Mais importante que isso, é a incerteza quanto ao recebimento do seu benefício de reforma uma vez que a sustentabilidade do sistema público de Segurança Social é, mais cedo ou mais tarde, posta em causa pois, apesar da juventude da população Cabo-Verdiana, constata-se uma diminuição progressiva da taxa de natalidade e um aumento da esperança de vida.

O objectivo central desta dissertação consiste na determinação do esforço complementar que cada indivíduo terá que fazer para complementar a sua pensão de reforma, recorrendo aos sistemas especializados de captação da poupança, como é o caso dos Planos de Poupança Reforma (PPR). Assim, tomando como base a evolução da mortalidade da população Portuguesa de 1969 a 2009 (Human Mortality Database), devido à falta de informação relevante sobre Cabo Verde, ou mesmo de outros países Africanos da zona com experiências documentadas, procura-se construir uma tábua de mortalidade prospectiva que permitirá analisar a evolução dos indicadores, esperança de vida à nascença, esperança de vida à idade normal de reforma e a renda vitalícia à idade normal de reforma. Isto justifica-se pelo facto de as tabelas de mortalidade existentes, não incluírem a incerteza em torno da evolução da mortalidade, o que trará consequências ao nível da avaliação da capacidade das instituições para respeitarem os seus compromissos e dos cidadãos, para se precaverem de uma eventual redução do poder de consumo na velhice. Para a construção da referida tábua de mortalidade dinâmica aplica-se o modelo de Lee-Carter [Lee e Carter, 1992], e utiliza-se o método de Denuit-Goderniaux [Denuit e Quashie, 2005], para o fecho da tábua. Com base na renda vitalícia à idade normal de reforma (INR), determina-se o capital necessário ao plano de poupança reforma (PPR) para que o indivíduo, ao se reformar, receba 100% do seu último salário. Apresentam-se algumas alternativas para o financiamento desse mesmo capital. Serão realizadas, também, análises de sensibilidade a parâmetros do modelo.

PALAVRAS - CHAVE: Segurança Social, Sustentabilidade, Tábuas de Mortalidade, Lee Carter, Idade Normal de Reforma, Esperança de vida, Fundo de Pensões, Rendas, PPR.

Abstract

In Cape Verde, in accordance with decree-law n° 5/2004 of February 16th, the net substitution rate (that is, the amount of pension to be received from Social Security is divided by the last salary, both free of tax) is 80% to the maximum. Although the population of Cape Verde is now very young, if we consider the progressive reduction of the maternity rate and the increase of life expectancy the sustainability of the public social security system will, sooner or later, be questioned.

The main purpose of this dissertation is to evaluate the complementary efforts that each person has to make to complement his/her retirement pension using savings products (for instance Portuguese PPR/E).

In order to the Insurances honor their commitments of paying pension, they have to use mortality tables that reflect the increasing longevity. The usual mortality tables do not include this uncertainty of the evolution in mortality.

Taking as departure point the evolution of the Portuguese population mortality rate from 1940 to 2009, due to the lack of relevant information in Cape Verde or even of other African countries in the area, we seek to construct a prospective mortality table that will allow the analysis of the evolution of several indicators: life expectancy at birth, life expectancy at the normal age of retirement and the lifelong income at the normal age of retirement. For the construction of these dynamic mortality tables the Lee-Carter model is applied [Lee e Carter, 1992] and the Denuit & Goderniaux method is also used [Denuit e Quashie, 2005] for the closure of the table. We obtain the capital in need for an individual to retire with 100% of his last salary (deducted of his expected social pension) and we present some alternatives to save that capital during his active period. We will do some sensitivity analysis to the parameters.

KEYWORDS: Social Security, Sustainability, Mortality Table, Lee Carter, Normal Age of Retirement, Life Expectancy, Pension funds, Annuities, PPR.

Notações

$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$	Distribuição Normal com valor esperado μ e variância σ^2 .
\hat{e}_x	Esperança de vida completa de um indivíduo de idade x .
μ_x	Força de mortalidade para um indivíduo de idade x .
$\mathbb{P}[\cdot]$	Medida de probabilidade.
l_x	Número de indivíduos vivos com idade x
${}_t p_x$	Probabilidade de um indivíduo de idade x sobreviver até à idade $x + t$.
${}_t q_x$	Probabilidade de um indivíduo de idade x falecer nos próximos t anos.
\ddot{a}_x	Renda vitalícia antecipada paga a um indivíduo de idade x .
$\ddot{a}_x^{[t]}$	Renda vitalícia antecipada paga a um indivíduo de idade x no ano t .
$\ddot{a}_{\overline{n} }$	Renda certa antecipada com n termos.
$\mathbb{E}[\cdot]$	Valor esperado.
$\mathbb{V}[\cdot]$	Variância.
BCV	Banco de Cabo Verde.
CNPS	Centro Nacional de Pensões Sociais.
CV	Cabo Verde.
CVP	Coefficiente de variação de Pearson.
USD	Dólares Americanos.
CVE	Escudos Cabo-Verdianos.
FA	Factor de Acumulação.
ISPS	Instituto de Seguros e Previdência Social.
INPS	Instituto Nacional de Previdência Social.
INR	Idade Normal de Reforma.
OIT	Organização Internacional do Trabalho.
PSS	Pensão de Segurança Social.
PT	Portugal.
PPR	Plano de Poupança Reforma.
RR	Remuneração de Referência.
Sal	Salário pensionável.
Sinr	Salário à idade normal de reforma.

s	Taxa de crescimento salarial.
i	Taxa de juro.
j	Taxa de rendimento.
TS	Taxa de Substituição.
TSF	Tempo de Serviço Futuro.
VA PPR	Valor Actual do PPR.

Índice

Introdução	1
1 O Sistema de Previdência Social	5
1.1 Evolução histórica	5
1.2 O sistema multipilares	7
1.3 Enquadramento	10
1.3.1 Pensão de reforma por velhice - Fórmula de cálculo	10
1.3.2 Exemplo de cálculo de uma pensão de reforma	11
1.4 A Sustentabilidade	12
2 Bases técnicas	17
2.1 Noções genéricas	17
2.1.1 O tempo de vida futura	17
2.1.2 A probabilidade de morte	17
2.1.3 A probabilidade de sobrevivência	18
2.1.4 A força de mortalidade	18
2.1.5 A esperança de vida	19
2.2 Tábuas de mortalidade	19
2.2.1 Conceitos básicos	20
2.2.2 Classificação das tábuas de mortalidade	21
2.3 Rendas	22

2.3.1	Rendas certas	22
2.3.2	Rendas vitalícias	22
2.4	O Modelo de Lee-Carter	23
2.4.1	Definição do modelo	23
2.4.2	Estimação dos parâmetros do modelo	25
2.5	O Método de Denuit-Goderniaux	27
3	Resultados obtidos	29
3.1	Aplicação do modelo	29
3.2	Estimação dos parâmetros do modelo	30
3.3	Evolução da mortalidade - O modelo para Cabo Verde	35
3.3.1	Por ano calendário	36
3.3.2	Esperança de vida	37
3.3.3	O preço das rendas vitalícias	38
3.3.4	Intervalos de confiança para $\ddot{a}_x^{[t]}$	39
3.3.5	Coeficiente de Variação de Pearson	42
4	Os pilares da Segurança Social	43
4.1	A pensão de Segurança Social	43
4.2	Fundo de Pensões	45
4.2.1	Caracterização quanto ao benefício	45
4.2.2	Fundos fechados e Fundos abertos	45
4.2.3	Situação actual	46
4.3	Planos de Poupança Reforma - PPR	46
4.3.1	Capital necessário ao complemento da Pensão de Segurança Social	47
4.3.2	Formas de financiamento	48
4.3.3	Cenários-I	49

Índice	xi
4.3.4 Cenários-II	53
4.3.5 Análise de sensibilidade	60
5 Conclusões	63
Referências legislativas	65
Websites	67
Referências Bibliográficas	69
Anexos	71

Lista de Tabelas

1.1	Evolução salarial.	11
1.2	Cotação do euro e do dólar em 31/12/2010.	12
3.1	Evolução da esperança de vida à nascença e aos 60 anos (Mulheres).	38
3.2	Evolução da esperança de vida à nascença e aos 65 anos (Homens).	38
3.3	Evolução do preço das rendas vitalícias à INR, de 1969 a 2109, para Cabo Verde, por sexo.	39
4.1	Pensão de Segurança Social e taxa de substituição (Homem).	44
4.2	Pensão de Segurança Social e taxa de substituição (Mulher).	44
4.3	Capital necessário ao complemento da PSS (Homem).	47
4.4	Capital necessário ao complemento da PSS (Mulher).	47
4.5	Percentagem do salário a aforrar em função da idade de entrada no mercado de trabalho, da idade do início do aforro e da percentagem do salário à INR - Prestações constantes.	53
4.6	Percentagem do salário a aforrar em função da idade de entrada no mercado de trabalho, da idade do início do aforro e da percentagem do salário à INR - Amortizações constantes.	55
4.7	Percentagem do salário a aforrar em função da idade de entrada no mercado de trabalho, da idade do início do aforro e da percentagem do salário à INR -Prestações constantes usando tábua de mortalidade estática.	56
4.8	Variação do custo do aforro, em relação ao uso de uma tábua dinâmica, em função da idade de entrada no mercado de trabalho, da idade do início do aforro e da percentagem do salário à INR - Prestações constantes usando tábua de mortalidade estática.	56

4.9	Percentagem do salário a aforrar em função da idade de entrada no mercado de trabalho, da idade do início do aforro e da percentagem do salário à INR - Amortizações constantes usando tábua de mortalidade estática.	57
4.10	Variação do custo do aforro, em relação ao uso de uma tábua dinâmica, em função da idade de entrada no mercado de trabalho, da idade do início do aforro e da percentagem do salário à INR - Amortizações constantes usando tábua de mortalidade estática.	57
4.11	Percentagem do salário a aforrar em função da idade de entrada no mercado de trabalho, da idade do início do aforro e da percentagem do salário à INR - Prestações constantes (Mulheres).	58
4.12	Percentagem do salário a aforrar em função da idade de entrada no mercado de trabalho, da idade do início do aforro e da percentagem do salário à INR - Amortizações constantes (mulheres).	58
4.13	Percentagem do salário a aforrar em função da idade de entrada no mercado de trabalho, da idade do início do aforro e da percentagem do salário à INR -Prestações constantes usando tábua de mortalidade estática (mulheres).	59
4.14	Percentagem do salário a aforrar em função da idade de entrada no mercado de trabalho, da idade do início do aforro e da percentagem do salário à INR - Amortizações constantes usando tábua de mortalidade estática (mulheres).	59
4.15	Sensibilidade à taxa de rendimento.	60
4.16	Sensibilidade à taxa de crescimento salarial.	61
5.1	Intervalo de confiança para o preço das rendas vitalícias de um indivíduo de sexo masculino entre os 50 a 70 anos, para Cabo Verde.	75
5.2	Intervalo de confiança para o preço das rendas vitalícias de um indivíduo de sexo feminino entre os 50 a 70 anos, para Cabo Verde.	76
5.3	Tabela estática (\ddot{a}_{65}) versus Tabela dinâmica ($\ddot{a}_{65}^{[t]}$)-Homens.	77
5.4	Tabela estática (\ddot{a}_{60}) versus Tabela dinâmica ($\ddot{a}_{60}^{[t]}$)-Mulheres.	78

Lista de Figuras

1.1	População de Cabo Verde no ano 2010	13
1.2	Renovação da população em Cabo Verde.	14
1.3	Evolução da esperança média de vida em Cabo Verde.	15
1.4	Pirâmides etárias da população de Cabo Verde.	16
3.1	Estimação de α_x, β_x, k_t dos parâmetros do modelo (2.11)- sexo feminino.	31
3.2	Estimação de α_x, β_x, k_t dos parâmetros do modelo (2.11)- sexo masculino.	32
3.3	Reestimação do parâmetros k_t do modelo (2.11)- sexo feminino.	33
3.4	Reestimação do parâmetros k_t do modelo (2.11)- sexo masculino.	34
3.5	Evolução do logaritmo das taxas instantâneas de mortalidade para 1970 (preto), 1990 (vermelho) e 2009 (verde)-(Sexo Feminino) para Cabo Verde.	36
3.6	Evolução do logaritmo das taxas instantâneas de mortalidade para 1970 (preto), 1990 (vermelho) e 2009 (verde)- (Sexo Masculino) para Cabo Verde.	37
3.7	Intervalos de confiança a 95% para o indicador $\ddot{a}_x^{[2011]}$ (Sexo masculino).	41
3.8	Intervalos de confiança a 95% para o indicador $\ddot{a}_x^{[2011]}$ (Sexo feminino).	41
3.9	Coeficiente de variação de Pearson.	42
4.1	Evolução da taxa de substituição(Seg. Social) e de esforço (Empregado).	43
4.2	Formas de pagamento.	49
4.3	Prestações constantes.	50
4.4	Amortizações constantes.	51
4.5	Prestações constantes.	51

4.6	Amortizações constantes.	52
4.7	T. dinâmica vs T. estática - Feminino.	61
4.8	T. dinâmica vs T. estática - Masculino.	62
5.1	Resíduos do modelo (2.11)- sexo feminino.	73
5.2	Resíduos do modelo (2.11)- sexo masculino.	74

Introdução

A Motivação

Em Cabo Verde, de acordo com o Decreto-Lei nº5/2004 de 16 de Fevereiro, a taxa de substituição líquida (isto é, o quociente entre o valor da pensão a receber da Segurança Social e o último salário auferido, ambos líquidos de impostos) é no máximo de 80%. O trabalhador vê, assim, diminuído o seu rendimento após a reforma e consequentemente o seu poder de consumo. Mais importante que isso é a incerteza quanto ao recebimento do seu benefício de reforma uma vez que, de acordo com o regime em vigor, os actuais trabalhadores estão a financiar a reforma dos actuais pensionistas, na expectativa de que a geração seguinte financie a sua reforma. Ademais, a sustentabilidade do sistema público de Segurança Social, está seriamente ameaçada pois, apesar de a população ser relativamente jovem, é sabido que as questões demográficas não resolvem o real problema da Segurança Social, apenas adiam por mais uns anos, a ruptura do sistema. Assiste-se, por um lado, a um progressivo aumento da esperança média de vida em contraponto com a diminuição da taxa de natalidade e um aumento considerável da população activa desempregada, conduzindo a uma diminuição do rácio activo/pensionista e o consequente declínio do sistema.

Os indivíduos, naturalmente, preferem manter uma estrutura de consumo relativamente constante ao longo da vida. Assim, o aforro de parte dos rendimentos nos anos de vida activa, para os despendar após a reforma deve constituir uma prioridade.

Este trabalho pretende ser um contributo para o desenvolvimento de sistemas especializados de captação da poupança em Cabo Verde, uma vez que, apesar de existir um quadro jurídico apropriado, ainda são praticamente inexistentes produtos como fundo de pensões e planos de poupança. Assim, em contacto com um dos Administradores da primeira e maior seguradora nacional - Garantia - constatamos a necessidade de estudos actuariais que permitissem aferir a viabilidade do desenvolvimento de produtos que visassem a poupança para a reforma. Pretende-se, assim, fornecer as bases actuariais para a determinação do esforço financeiro que cada indivíduo terá que fazer, para complementar a sua pensão de reforma, contribuindo assim para o desenvolvimento do segundo e terceiro pilares da Segurança Social, conforme as recomendações do Banco Mundial [Holzmann e Hinz, 2005].

A Metodologia

As tábuas de mortalidade clássicas não prevêem o aumento da esperança de vida e, atendendo a que os indivíduos, hoje, vivem mais tempo do que o previsto nas bases técnicas estabelecidas na construção dessas tábuas de mortalidade, as seguradoras tendem a utilizar tábuas prospectivas, com bases técnicas adequadas, que permitem calcular os prémios e as reservas financeiras relativas a rendas vitalícias e outros produtos com benefícios de longo prazo em caso de vida.

O objectivo central deste trabalho é o de calcular rendas vitalícias, necessárias para a determinação do capital de cobertura da pensão de segurança social, usando uma tabela de mortalidade dinâmica. Assim, utilizamos o modelo de Lee-Carter para a projecção das taxas de mortalidade da população e o modelo de Denuit-Goderniaux para o fecho da tábua. A opção por estes modelos deve-se ao facto destes terem sido usados, com sucesso, por organismos oficiais [INE-PT, 2010] e investigadores nos Estados Unidos ([Lee e Carter, 1992]), Brasil ([Figoli, 1998]), França, Suécia, Holanda, ([Denuit e Quashie, 2005]), Portugal ([Bravo, 2007]), Espanha ([Aucejo et al., 2008]), entre outros.

A Estrutura

No capítulo 1 faz-se uma introdução ao sistema de previdência social Cabo-verdiano, numa perspectiva histórica. É abordada a teoria multipilares, onde a responsabilidade de protecção social é repartida entre o Estado, as empresas e os trabalhadores. Seguidamente, faz-se uma caracterização do regime de protecção social Cabo-verdiano e apresenta-se um exemplo de cálculo da pensão de Segurança Social. Para terminar o capítulo, aborda-se a problemática da sustentabilidade do regime contributivo, baseando-se em estudos demográficos e actuariais.

O capítulo 2 é dedicado às bases técnicas e são apresentadas algumas noções genéricas de actuariado vida, o modelo de Lee-Carter para a construção de tabelas de mortalidade dinâmicas, justificada pelo facto de as tabelas de mortalidade existentes não incluírem a incerteza em torno da evolução da mortalidade e apresenta-se, finalmente, o método de Denuit-Goderniaux para o fecho da tábua de mortalidade.

No capítulo 3 são apresentados os resultados obtidos para Cabo Verde, por aplicação do modelo de Lee-Carter, assim como é calculado o preço das rendas vitalícias e o intervalo de confiança correspondente, bem como se analisa a evolução da esperança de vida ao longo dos anos.

No capítulo 4, na primeira secção, é determinada a taxa de substituição líquida, considerando as diferentes densidades contributivas e nas secções seguintes apresenta-se o enquadramento jurídico e algumas noções ligadas ao fundo de pensões em Cabo Verde. A secção final aborda o plano de poupança reforma onde, com base nos resultados obtidos no capítulo anterior,

determina-se o capital necessário ao complemento da pensão de Segurança Social, discute-se as formas de financiamento do plano de poupança reforma, analisa-se diferentes cenários e faz-se uma análise de sensibilidade à taxa de rendimento, à taxa de crescimento salarial e compara-se o preço das rendas vitalícias obtidas por aplicação da tábua dinâmica com os da tábua estática.

No capítulo final são apresentadas as conclusões e considerações finais do trabalho.

A Aplicação

Não foi possível ter acesso aos dados da mortalidade da população de Cabo Verde por idades e por sexo, ou mesmo de outros países Africanos da zona com experiências documentadas, para a aplicação do modelo de Lee-Carter. Assim, optou-se por aplicar o modelo de Lee-Carter para os dados da mortalidade da população Portuguesa, de 1959 a 2009, e depois de analisada a evolução e comparada com alguns indicadores de Cabo Verde determinou-se o modelo de evolução da mortalidade para Cabo Verde, introduzindo um factor de ajustamento no modelo Português.

Para a implementação do modelo de Lee-Carter para a projecção dos perfis de mortalidade, com objectivo de apuramento do capital para o 2º pilar e para as análises de sensibilidade, foi utilizado preferencialmente, o programa estatístico R ([R Development Core Team, 2004]) e o Microsoft Office Excel ([Microsoft Corporation, 2007]).

Capítulo 1

O Sistema de Previdência Social

1.1 Evolução histórica

O sistema de Previdência Social em Cabo Verde deu os seus primeiros passos em 1954 com a criação das Caixas de Previdência dos Empregados do Comércio e Offícios Correlativos e dos Transportes Marítimos e Correlativos, com a atribuição de benefícios de reforma por velhice, doença, pagamentos por morte, maternidade e prestações familiares.

Em 1978, após a independência nacional, foi criado, através do Decreto-Lei nº39/78, de 2 de Maio, o Instituto de Seguros e Previdência Social - ISPS, uma instituição pública, com a missão de reunir as condições humanas, materiais e financeiras de modo a imprimir uma maior dinâmica no sector de seguros e garantir funcionalidade e alargamento do sistema de previdência. Nesta fase criou-se, com carácter obrigatório, o seguro de acidentes de trabalho e doenças profissionais.

A partir de 1983, assistiu-se a um melhoramento progressivo do sistema de Previdência Social, começando pela extinção das Caixas Sindicais de Previdência e os seus sistemas de protecção social (Decreto-Lei nº114/82 e Decreto-Lei nº116/82, ambos de 24 de Dezembro) e contemplando os trabalhadores por conta de outrem.

Com a mudança do regime político no País e a consequente mudança na política económica, o governo, através do Decreto-Lei nº136/91, de 2 de Outubro, cindiu o património do ISPS dando origem a duas novas instituições: O Instituto Nacional de Previdência Social (INPS), encarregue da componente de previdência social e a Garantia, Companhia de Seguros de Cabo Verde S.A, que assumiu o sector dos seguros.

Em 2001 iniciou-se uma reforma no sistema que culminou com a aprovação do Decreto-Lei nº28/2003, de 25 de Agosto, revogado pelo Decreto-Lei nº48/2009, de 23 de Novembro, que veio formalizar o enquadramento legal dos trabalhadores independentes, com carácter

obrigatório, permitindo tanto a protecção na velhice, invalidez e morte, como a concessão de prestações diferidas ou pensões e a protecção na doença e maternidade.

Em 2004, foi aprovado o Decreto-Lei nº5/2004, de 16 de Fevereiro, que teve o seu artigo 11º alterado pelos Decretos-Lei nº 51/2005 e nº47/2009, de 23 de Novembro, estabelecendo assim a base de incidência contributiva. Este diploma veio reformular e sistematizar o regime geral da protecção social dos trabalhadores por conta de outrem, articulando dois vectores complementares: uma protecção social mais justa e equilibrada, do ponto de vista pessoal e material, combinada com a sustentabilidade financeira do sistema. Foram, ainda neste período, adoptados e implementados novos regimes de comparticipação na aquisição de medicamentos, próteses e tratamentos dentários.

O Decreto-Lei nº21/2006, de 27 de Fevereiro, veio definir o regime de integração gradual dos agentes públicos e equiparados, no sistema de protecção social dos trabalhadores por conta de outrem. Este diploma foi, no entanto, alterado pelo Decreto-Lei nº40/2006, de 17 de Julho.

No âmbito de uma maior eficiência e eficácia na administração dos cuidados de saúde pela previdência social, o INPS assinou, em Setembro de 2006, com o Ministério da Saúde, um novo contrato de prestação de serviços. Esse acordo veio reformular e actualizar o contrato de 1992 e representar um avanço no objectivo de melhorar a satisfação das necessidades e expectativas dos segurados, pensionistas e respectivos familiares nas eventualidades de doença e maternidade.

Os Decretos-Leis nº46/2006, de 09 de Outubro, e nº50/2006, de 17 de Outubro, vieram enquadrar formalmente, no regime dos trabalhadores por conta de outrem, os membros dos órgãos estatutários das empresas e os empresários em nome individual, respectivamente.

Com a publicação da Portaria nº29/2006, de 13 de Novembro, foi regulamentada, pela primeira vez, a comparticipação em matéria de cuidados de fisioterapia.

Ainda em 2006, o governo aprovou o Decreto-Lei nº24/2006, de 6 de Março, alterado nos seus artigos 3º, 4º, 5º, 6º, 9º, 11º, 12º e 13º pelo Decreto-Lei nº18/2010, de 14 de Junho, que instituiu a pensão social do regime não contributivo da Segurança Social, denominado Pensão Social.

Em finais de 2007, o Decreto-Lei nº45/2007, de 10 de Dezembro, veio definir o regime de integração dos agentes públicos e equiparados, ao serviço dos Municípios e respectivos aposentados, no sistema de protecção social gerido pelo Instituto Nacional de Previdência Social.

O Decreto-lei nº26/2010, de 2 de Agosto, veio preencher uma lacuna importante no desenvolvimento do mercado financeiro Cabo-verdiano ao criar alguns dos mais modernos mecanismos

de captação da poupança como sendo os Planos de Poupança Reforma/Educação. Neste diploma destacam-se as regras referentes às modalidades de planos de poupança, à gestão e composição dos fundos de poupança, ao reembolso dos planos de poupança, assim como as normas que permitem a transferência dos planos de poupança.

1.2 O sistema multipilares

A protecção social em situações de pobreza, invalidez, velhice e outras formas de exclusão social, tal qual hoje é conhecida, desenvolveu-se a partir de várias formas de organização social e é objecto de preocupação de organismos internacionais, com vocação nessa área e de governantes, que veem a protecção social como pedra basilar para a promoção da coesão social e um potencial contributo para a sustentabilidade do desenvolvimento socioeconómico, sobretudo nos países em desenvolvimento.

Tradicionalmente, existem dois sistemas de Segurança Social, o sistema de repartição simples (“Pay as you go”) e o sistema de capitalização (“Pay as you earn”).

O sistema de repartição simples, característico dos países Europeus, distingue-se pela sua forma de financiamento, baseado na solidariedade entre as gerações, onde não há financiamento antecipado das reformas; são os actuais activos a financiarem os actuais pensionistas, na expectativa que a geração seguinte financie a sua reforma. Este sistema necessita de uma forte intervenção estatal.

No sistema de capitalização (modelo Americano), os actuais activos financiam a sua própria reforma. Os benefícios a receber da Segurança Social vão sendo financiados, pelos próprios, durante o período activo, estimulando assim a poupança individual e oferecendo maior segurança quanto ao recebimento dos benefícios.

António Bagão Félix, prefaciando o livro de [Carvalho, 1993], escreveu: “Acabou definitivamente o tempo de exclusivismo das soluções estatais e do utopismo social dissociado do imperativo da formação de riqueza e de poupança. Os sistemas distributivos de Segurança Social correm agora o risco sério de, a prazo, implodir”. Defendeu ainda a “necessidade de uma profunda reforma que, entre múltiplos aspectos, terá que passar por uma coabitação eficaz entre o público e o privado, o obrigatório e o facultativo, a repartição e a capitalização”.

Na Europa, após sucessivas crises económicas assistiu-se à consequente incapacidade dos estados em assegurarem, de forma eficaz, a protecção social dos seus cidadãos, assim, muitos viram-se forçados a mudarem a sua concepção de financiamento da Segurança Social, passando para um sistema integrado, onde as responsabilidades são repartidas entre o estado, as empresas e os trabalhadores; é o denominado sistema dos três pilares:

- O primeiro pilar, gerido pelo estado, é obrigatório e baseia-se no sistema de benefício definido.
- O segundo pilar, de iniciativa privada, assenta num sistema de contribuição definida de carácter obrigatório.
- O terceiro pilar, de iniciativa individual e carácter facultativo, constitui os tradicionais aforros voluntários.

[James, 1998] defende que o segundo pilar, deve, além de ser obrigatório:

- Funcionar em regime de contribuição definida, onde os benefícios auferidos seriam de acordo com as contribuições efectuadas, desestimulando assim a reforma antecipada e a saída para o sector informal.
- Ser plenamente capitalizado, evitando promessas que não são passíveis de serem cumpridas, uma vez que os custos do plano são conhecidos de antemão; desvinculando-se do sucessivo aumento dos impostos sobre a folha de pagamento; eliminando as transferências intergeracionais e consolidando a poupança nacional a longo prazo.
- Ser gerido pelo sector privado, assegurando que apenas objectivos económicos norteiem as estratégias de investimento, desenvolvendo assim o mercado financeiro e evitando a tentação dos gestores públicos investirem em títulos ou empréstimos a empresas, também elas públicas, de mau desempenho, a taxas nominais irrisórias e evitando que os governos acedam, de forma oculta, ao fundo para encobrir o deficit.

Ainda segundo [James, 1998], países como a Suécia, a Itália e a China, onde o peso do pilar público era enorme, e pelas implicações políticas que a decisão de implementar um pilar privado, obrigatório e capitalizado acarretam, optaram por um sistema híbrido, chamado de Conta Nacional, em que cada trabalhador possui uma conta individual, onde é creditada a sua contribuição mais os juros, mas a acumulação nesse caso é fictícia uma vez que, a contribuição dos trabalhadores é imediatamente usada para fazer face ao pagamento das pensões dos actuais reformados. Quando o trabalhador se reformar, o dinheiro que supostamente acumulou será transformado numa renda, com base em princípios actuariais, supostamente justos. Esse sistema apresenta os mesmos problemas que o regime de repartição simples, pois não existe fundo, daí os benefícios da capitalização não serem incorporados, a transferência intergeracional contínua, os mercados financeiros não se desenvolvem e não há lugar ao aumento da poupança.

O Banco Mundial, apesar de reconhecer as vantagens do sistema dos três pilares, sugere, como nota política, num relatório publicado em 2005 [Holzmann e Hinz, 2005], um sistema de pensões composto por cinco pilares, mantendo os três pilares e introduzindo o pilar zero, em

regime não contributivo, assegurando um nível mínimo de protecção social (Pensão Social) e visando, sobretudo, o combate à pobreza e o pilar quatro, em regime contributivo, que engloba as tradicionais fontes de apoios informais, financeiro ou não, entre famílias/gerações, o acesso a cuidados de saúde e detenção de casa própria.

De acordo com este relatório, a adopção de um sistema multipilares permite maior flexibilidade no sistema e afigura-se como um meio muito eficaz de atingir com rapidez o grupo - alvo da população. Segundo os autores, este sistema de pilares apresenta ainda a vantagem de aumentar a capacidade de tratar os vários objectivos dos sistemas de pensões, com particular ênfase no combate à pobreza, na suavização do consumo e de enfrentar com maior eficácia os riscos demográficos, económico-financeiros e políticos, que cercam o sistema.

A OIT, num relatório publicado em Junho de 2011 [OIT, 2011], alerta sobre o perigo das reformas levadas a cabo em várias partes do mundo, nomeadamente na América Latina, que converteram os regimes gerais de pensões de prestações definidas, financiadas por um regime baseado na repartição, em regimes de contribuições definidas, previamente financiados. Citando conclusões de estudos realizados por este organismo [Bertranou, 2001], aponta para transições de longa duração e com custos elevados bem como consideráveis custos administrativos e estimativas de baixas taxas de substituição, com particular impacto nas mulheres ou trabalhadores com baixos rendimentos, carreiras curtas ou interrompidas. Segundo [Bertranou, 2001] este estudo reafirma algumas das conclusões da resolução relativa à Segurança Social da 89ª Conferência geral daquele organismo, nomeadamente a convicção de que não existe um modelo único e ideal de Segurança Social, e que cada sociedade deve eleger qual a melhor forma de assegurar a protecção dos seus trabalhadores, com base nos seus valores sociais, culturais, sua história, suas instituições e seu nível de desenvolvimento.

A recente crise financeira mundial revelou a exposição dos diferentes tipos de regimes de Segurança Social aos choques económicos e despoletou uma discussão global sobre as políticas de Segurança Social. A OIT, numa conferência de Fevereiro de 2011 [Behrendt et al., 2011], destaca:

- A necessidade de o *design* financeiro dos sistemas de Segurança Social, poderem assegurar a estabilidade e serem suficientemente flexíveis, para poderem aguentar o impacto em situações de crise.
- O reconhecimento dos programas de Segurança Social como estabilizadores económicos e sociais.
- As oportunidades para iniciativas que visem a extensão da cobertura de Segurança Social.

1.3 Enquadramento

O sistema de previdência social Cabo-verdiano encontra-se dividido em três níveis.

O primeiro nível - Rede de Segurança - tem como fundamento a solidariedade nacional e objectiva do bem-estar das pessoas, das famílias e da comunidade através da promoção social, incluindo a acção social, e do desenvolvimento regional. De base não contributiva, é financiado através do orçamento do Estado, do orçamento dos municípios, projectos específicos nacionais e internacionais, donativos ou qualquer outra forma legalmente admitida. Enquadra-se num esforço amplo do país no combate à pobreza, sobretudo na terceira idade, indo de encontro às recomendações do Banco Mundial que, de acordo com o já citado relatório de Fevereiro de 2005 [Holzmann e Hinz, 2005], actualiza o sistema dos três pilares para cinco pilares, mantendo os tradicionais três pilares, introduzindo o pilar quatro que consiste noutras fontes de rendimento dos reformados, como a detenção de propriedade privada, e o pilar zero, que visa o combate a situações de pobreza na terceira idade. Este primeiro nível corresponde ao pilar zero e a sua gestão é assegurada pelo Centro Nacional de Pensões Sociais (CNPS).

O segundo nível, a protecção social obrigatória, a cargo do Instituto Nacional de Previdência Social (INPS)¹, pressupõe a solidariedade de grupo e assenta numa lógica de seguro mediante prestações garantidas como direito. De base contributiva, é financiado pelo empregador/contribuinte e pelo trabalhador/segurado que ficam sujeitos ao pagamento de uma contribuição mensal, fixada em 23% do salário bruto, sendo 15% para o empregador e 8% para o trabalhador ². Corresponde ao designado pilar um e funciona em regime de repartição simples.

O terceiro nível, a protecção social complementar, que assenta numa lógica de seguro, é de adesão facultativa e é financiado por quotizações dos trabalhadores ou destes e das entidades empregadoras, quando for o caso. A sua gestão está a cargo dos órgãos gestores da protecção social obrigatória ou por entidades de direito privado. Este nível corresponde ao terceiro pilar.

1.3.1 Pensão de reforma por velhice - Fórmula de cálculo

O Decreto-Lei nº5/2004, de 16 de Fevereiro, no seu artigo 61º define: O montante mensal das pensões por invalidez e velhice, corresponde a 2% da remuneração de referência, por cada ano civil, que cumpra a densidade contributiva mínima, não podendo a taxa global exceder 80%. A densidade contributiva mínima é estabelecida pelo artigo 63º do mesmo diploma,

¹Tanto o CNPS como o INPS são instituições do Estado.

²Artigo 9º do Decreto-Lei nº 21/2006, de 27 de Fevereiro.

como sendo 120 dias com registo de remunerações.

A remuneração de referência, conforme o artigo 62º, é calculada por $\frac{R}{120}$, sendo R o total das remunerações dos dez anos civis a que correspondam remunerações mais elevadas, compreendidos nos últimos quinze anos com registo de remunerações.

As remunerações a considerar para a determinação da remuneração de referência, são actualizadas por aplicação, aos respectivos valores anuais, de um coeficiente calculado para cada ano, conforme a variação do índice geral de preços no consumidor.

Esse mesmo diploma proclama, no artigo 81º, o direito à pensão de velhice aos segurados que, havendo completado o prazo de garantia de 15 anos civis, seguidos ou interpolados, com registo de remunerações, tenham 65 ou 60 anos de idade, conforme se trate, respectivamente de homens ou mulheres.

Este sistema é, quase exclusivamente, inspirado no antigo sistema Português sendo, por isso, expectável que venha a sofrer dos mesmos problemas.

1.3.2 Exemplo de cálculo de uma pensão de reforma

A Tabela 1.1 exemplifica a evolução salarial de um indivíduo, considerando uma evolução salarial igual à taxa de inflação verificada no período de 1998 a 2010. Para um Homem de

Ano	Inflação (%)	Salário Anual (CVE)
1998	0,7	552.000
1999	-0,1	555.864
2000	-2,4	555.864
2001	3,7	555.864
2002	1,8	576.431
2003	2,1	586.807
2004	-1,9	599.130
2005	0,4	599.130
2006	5,4	601.526
2007	4,5	634.009
2008	6,8	662.539
2009	1,0	707.592
2010	2,1	714.668
Total	...	6.411.506

Tabela 1.1: *Evolução salarial.*

Fonte: <http://www.bcv.cv>

65 anos de idade, cuja entrada no sistema foi aos 23 anos de idade, tem-se:

Número de anos de contribuição para a Segurança Social = $65 - 23 = 42$ anos;

Remuneração de Referência (RR) = $\frac{6.411.506}{120} = 53.429,21$ CVE;

Factor de Acumulação (FA) = $2\% \times 42 = 84\%$;

Pensão mensal = Mínimo ($RR \times FA$; $RR \times 0,8$) = 42.743,37 CVE;

Taxa de Substituição: 70% do último salário.

Nota: Para um melhor enquadramento, apresentamos na tabela seguinte a cotação do euro e do dólar em 31 de Dezembro de 2010.

Moeda	Compra (CVE)	Venda (CVE)
EUR	110.265	110.265
USD	82.93	83.132

Tabela 1.2: Cotação do euro e do dólar em 31/12/2010.

Fonte: <http://www.bcv.cv>

Os indivíduos, naturalmente, preferem manter uma estrutura de consumo relativamente constante ao longo da vida. Assim, após a reforma, onde a pensão auferida é menor do que o rendimento médio de toda a vida produtiva, o trabalhador vê diminuído o seu rendimento e consequentemente o seu poder de consumo e, mais importante que isso, é a incerteza quanto ao recebimento do seu benefício de reforma.

Do ponto de vista económico-financeiro, este sistema, para além de não incentivar um comportamento de poupança, não propicia a criação de riqueza, limita-se apenas a redistribuí-la e obriga gerações sucessivas a dispenderem parte do seu salário para financiar a pensão dos reformados, sem contudo terem a certeza que a sua reforma seja financiada, o que o torna socialmente injusto.

Assim, torna-se necessário diminuir o peso do Estado nos sistemas de protecção social, permitindo um maior envolvimento das empresas e particulares, abrindo maior espaço ao desenvolvimento do segundo e terceiro pilares através da constituição dos fundos de pensões e planos de poupança (PPR/E).

1.4 A Sustentabilidade

Segundo [Mendes, 2011] "O Desenvolvimento económico e social da Humanidade é sustentável se responder às necessidades do presente sem comprometer a capacidade de as

gerações futuras satisfazerem as suas próprias necessidades”.

Hoje, a sustentabilidade da Segurança Social é um tema amplamente debatido e objecto de inúmeros estudos que apontam factores demográficos, económicos e financeiros como possíveis causas da insustentabilidade do sistema, sobretudo na Europa.

Cabo Verde, devido à sua juventude enquanto nação livre e independente, possui um sistema de protecção social suportado, quase na sua totalidade pelo Estado, seguindo a lógica de repartição simples, ou seja, os actuais activos financiam a reforma dos actuais pensionistas, na expectativa que a geração seguinte financie a sua reforma. Assim os trabalhadores que hoje estão a descontar para a Segurança Social, não estão a descontar para as suas reformas, mas estão sim a pagar a reforma dos reformados de hoje.

Actualmente, a relação activos/pensionistas é elevada (oito por 1), a população é bastante jovem (Figura 1.1), a idade média é de 27,8 anos [INE-CV, 2010], a taxa de renovação da população é elevada (Figura 1.2) o que, segundo [Semedo, 2010], daria boas garantias de sustentabilidade a longo prazo.

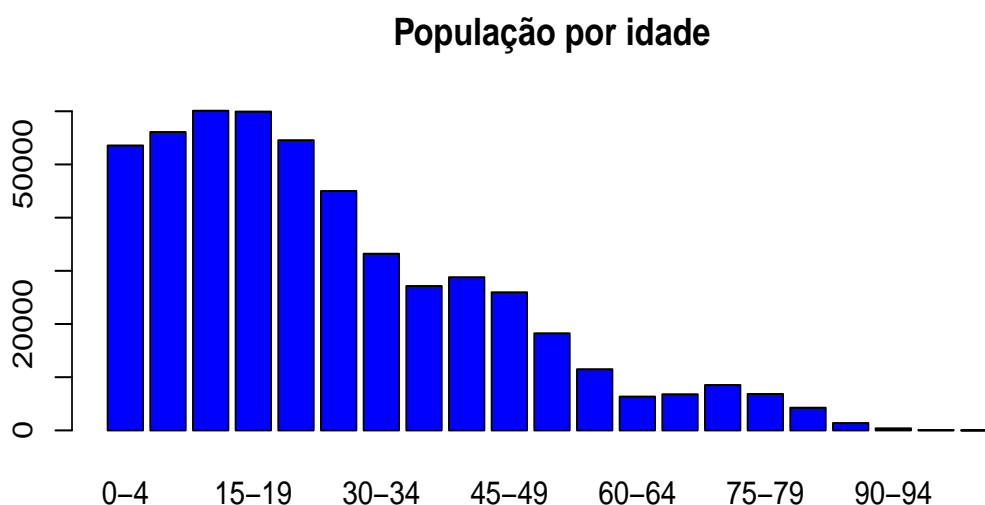


Figura 1.1: População de Cabo Verde no ano 2010

Fonte: Dados da U.S. Census Bureau

Contudo, este modelo de Segurança Social, que é de fácil implementação, e atendendo à experiência passada e recente de Portugal, encontra-se seriamente ameaçado pelas condicionantes demográfica, económico-financeira e social.

[Guimaraes, 2010] defende que as questões demográficas, ao invés de resolver estruturalmente o real problema da segurança social, mais não fazem do que adiar, por mais uns anos, a ruptura do sistema público de segurança social.

[Semedo, 2010] concluiu do aumento contínuo da taxa de dependência dos idosos a partir de 2020 e uma diminuição da relação activo/ pensionista no mesmo período. Se aliarmos este facto à diminuição da natalidade (Figura 1.2), ao aumento da esperança de vida, de 71 anos em 2000, para 75 em 2020 (Figura 1.3) e a uma taxa de desemprego em 2010, de 20.9%, que no entanto foi rectificada para 13.1% segundo a nova abordagem, [INE-CV, 2010] recomendada pelo OIT, podemos facilmente constatar que a população vai envelhecendo conforme indicado na Figura 1.4 e vão existir cada vez menos trabalhadores a contribuir para a Segurança Social, representando uma diminuição das receitas, para cada vez mais pensionistas, ou seja aumento das despesas e, sendo ainda expectável que exista uma melhoria das condições de vida e como tal o valor das pensões venha a aumentar, a questão de sustentabilidade do sistema é mais cedo ou mais tarde posta em causa.

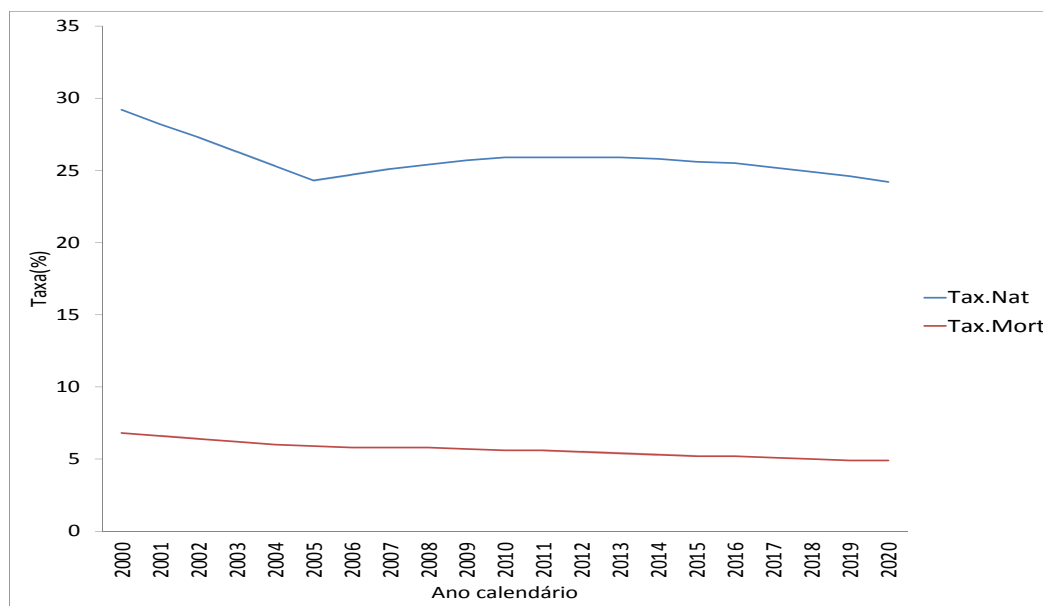


Figura 1.2: Renovação da população em Cabo Verde.
Fonte:Dados da U.S. Census Bureau

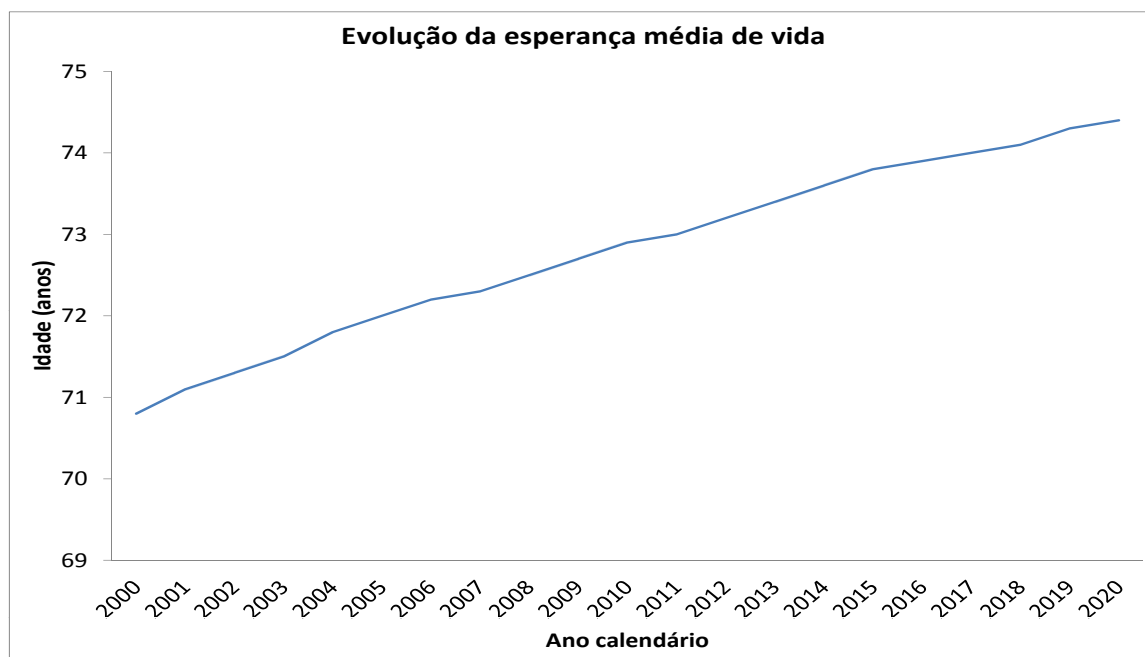


Figura 1.3: Evolução da esperança média de vida em Cabo Verde.

Fonte: Dados da U.S. Census Bureau

04-06-2011

International Data Base - Cape Verde ...

Animation Controls:

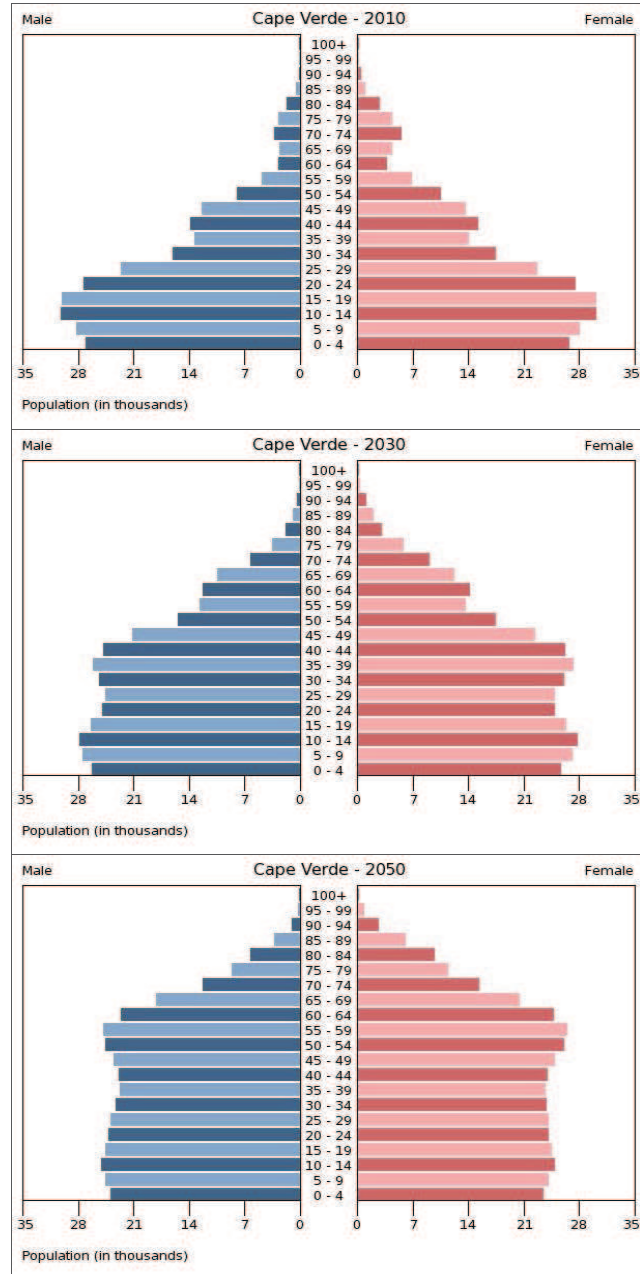
Download selected pyramid data as: [Excel](#) | [CSV](#)Source: [U.S. Census Bureau, International Data Base](#).

Figura 1.4: Pirâmides etárias da população de Cabo Verde.

Capítulo 2

Bases técnicas

O objectivo deste capítulo é o de fornecer as bases para a construção de tábuas de mortalidade prospectivas para a população de Cabo Verde, visando uma correcta quantificação e controlo do risco de longevidade por parte das entidades com responsabilidade nesse ramo. Para aprofundar os conceitos da Secção 2.1 pode-se consultar, por exemplo, a Secção 2 de [Dickson et al., 2009], o Capítulo 3 de [Bowers et al., 1997] ou ainda o Capítulo 2 da Parte I de [Bravo, 2007]. A notação utilizada é a *International Actuarial Notation*.

2.1 Noções genéricas

2.1.1 O tempo de vida futura

Considere-se (x) um individuo de idade x com $x \geq 0$. T_x , o tempo de vida futura de (x) , é uma variável aleatória com função de distribuição:

$$\mathbb{P}[T_x \leq t] = G_x(t), \quad t \geq 0. \quad (2.1)$$

$G_x(t)$ é, assim, a distribuição do tempo de vida a partir da idade x , isto é, a probabilidade de (x) morrer durante os próximos t anos.

A variável aleatória Idade da Morte de (x) será $x + T_x$.

2.1.2 A probabilidade de morte

Por (2.1), a probabilidade de uma pessoa com idade x morrer entre a idade x e a idade $x + t$ denota-se ${}_tq_x$ e é dada por:

$${}_tq_x = G_x(t) = \mathbb{P}[T_x \leq t] = \mathbb{P}[T_0 \leq x + t \mid T_0 \geq x]. \quad (2.2)$$

Se $t = 1$ o índice é omitido e escreve-se q_x e denomina-se taxa de mortalidade.

2.1.3 A probabilidade de sobrevivência

A probabilidade de (x) estar vivo daqui a t anos denota-se ${}_tp_x$, é obtida de forma complementar à equação (2.2), ou seja:

$${}_tp_x = \mathbb{P}[T_x > t] = 1 - G_x(t) = 1 - {}_tq_x, \quad (2.3)$$

designando-se $S_x(t)$ como função de sobrevivência, tem-se $S_x(t) = \mathbb{P}[T_x > t]$.

2.1.4 A força de mortalidade

A força de mortalidade é um conceito fundamental para modelar a vida futura. μ_x designa a força de mortalidade à idade x e representa a chamada variação instantânea da intensidade de morte, ou ainda, risco instantâneo de morte, e é definida por:

$$\mu_x = \lim_{dx \rightarrow 0^+} \frac{1}{dx} \mathbb{P}[T_0 \leq x + dx \mid T_0 > x].$$

Por (2.2):

$$\mu_x = \lim_{dx \rightarrow 0^+} \frac{1}{dx} \mathbb{P}[T_x \leq dx],$$

ou

$$\begin{aligned} \mu_x &= \lim_{dx \rightarrow 0^+} \frac{1}{dx} (1 - S_x(dx)) \\ &= \frac{1}{S_0(x)} \lim_{dx \rightarrow 0^+} \frac{S_0(x) - S_0(x + dx)}{dx} \\ &= \frac{1}{S_0(x)} \left(-\frac{d}{dx} S_0(x) \right) \\ &= -\frac{1}{S_0(x)} \frac{d}{dx} S_0(x). \end{aligned} \quad (2.4)$$

Considerando g_x a função densidade associada à função de distribuição G_x , tem-se $g_x(t) = \frac{d}{dt} G_x(t) = -\frac{d}{dt} S_x(t)$, assim:

$$\mu_x = \frac{g_0(x)}{S_0(x)}.$$

Também se prova (por exemplo, em [Dickson et al., 2009]) que:

$$\mu_{x+t} = \frac{g_x(t)}{S_x(t)}.$$

Reescrevendo a equação (2.4) obtém-se:

$$\mu_x = -\frac{d}{dx} \log S_0(x), \quad (2.5)$$

integrando (2.5) de 0 a t :

$$\int_0^t \mu_x dx = -[\log S_0(t) - \log S_0(0)],$$

donde:

$$S_0(t) = \exp \left\{ - \int_0^t \mu_x dx \right\}. \quad (2.6)$$

Como ${}_t p_x = S_x(t) = \frac{S_0(x+t)}{S_0(x)}$, por (2.5):

$${}_t p_x = \exp \left\{ - \int_0^t \mu_{x+s} ds \right\}, \quad (2.7)$$

o que quer dizer que, conhecendo μ_x para $x \geq 0$, se pode calcular ${}_t p_x$, isto é, a força de mortalidade descreve completamente a distribuição do tempo de vida futura, assim como a função S_0 .

2.1.5 A esperança de vida

A esperança de vida completa de (x) é obtida pelo valor esperado da variável aleatória tempo de vida futura T_x , $\mathbb{E}[T_x]$, e denota-se por \dot{e}_x . Assim:

$$\dot{e}_x = \int_0^{+\infty} t G'_x(t) dt,$$

ou, caso se considere a existência de uma idade limite w , ou limite técnico para o tempo de vida remanescente ou para uma tabela de mortalidade, tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{e}_x &= \int_0^{w-x} t G'_x(t) dt = \\ &= [-t(1 - G_x(t))]_0^{w-x} + \int_0^{w-x} (1 - G_x(t)) dt \\ &= \int_0^{w-x} (1 - G_x(t)) dt = \int_0^{w-x} {}_t p_x dt. \end{aligned}$$

2.2 Tábuas de mortalidade

A tábua de mortalidade é um modelo tabular de análise demográfica que sintetiza um conjunto de funções básicas que permitem analisar, numa determinada população, o fenómeno da

longevidade e efectuar juízos probabilísticos sobre a evolução da mortalidade [INE-PT, 2010]. É um dos principais pressupostos utilizados em avaliações actuariais das operações de seguros do ramo vida, para além de assumir particular importância na elaboração de projecções demográficas para a população.

2.2.1 Conceitos básicos

Seja l_0 o número de indivíduos recém-nascidos, num mesmo ano ¹. Assumindo que não são admitidas novas entradas e que apenas pelo falecimento é possível deixar de fazer parte desta “geração”, esta diminui gradualmente com o passar do tempo.

Segundo [Dickson et al., 2009], dadas as probabilidades de sobrevivência, ${}_t p_x$, pode construir-se uma tábua de mortalidade para o modelo de sobrevivência adoptado, considerando a idade inicial x_0 e a idade limite w , definida de forma a que $l_w \simeq 0$, definindo a função l_x para $x_0 \leq x \leq w$ e $0 \leq t \leq w - x_0$ da seguinte forma:

$$l_{x_0+t} = l_{x_0} {}_t p_{x_0}.$$

Assim, para $x_0 \leq x \leq x+t \leq w$,

$$l_{x+t} = l_x {}_t p_x, \tag{2.8}$$

donde,

$${}_t p_x = \frac{l_{x+t}}{l_x}.$$

O número de mortes ocorridas numa determinada idade x , d_x , é dada por:

$$d_x = l_x - l_{x+1},$$

ou de outra forma,

$$d_x = l_x \left(1 - \frac{l_{x+1}}{l_x} \right) = l_x (1 - p_x) = l_x q_x = \frac{d_x}{l_x}.$$

Por (2.7),

$${}_t p_x = \exp \left\{ - \int_0^t \mu_{x+s} ds \right\} \Leftrightarrow \frac{l_{x+t}}{l_x} = \exp \left\{ - \int_0^t \mu_{x+s} ds \right\},$$

¹O valor de l_0 é denominado raiz da tábua e toma valores de 100.000 ou 1.000.000, por forma a facilitar a interpretação da informação contida na tábua.

logo, considerando a idade inicial 0, tem-se:

$$l_t = l_0 \exp \left\{ - \int_0^t \mu_s ds \right\}.$$

Por (2.8) tem-se: $l_{x+1} = l_x p_x$.

2.2.2 Classificação das tábuas de mortalidade

Seguindo, por exemplo, [Bravo, 2007], as tábuas de mortalidade são classificadas em função de três características específicas: quanto à sua forma de construção, quanto à amplitude do intervalo de idades e quanto ao tempo cronológico.

Do ponto de vista da forma de construção, podemos fazer a distinção entre tábuas contemporâneas e tábuas geracionais:

- Tábuas contemporâneas (transversais ou de momento), que têm por base uma geração fictícia (a denominada raiz da tábua), que é sujeita às condições de mortalidade observadas para cada idade (ou agrupamentos de idades) num determinado ano (ou num período de tempo).
- Tábuas geracionais (ou longitudinais) que têm por referencial populações existentes ou que existiram no passado, pressupondo o acompanhamento dos indivíduos desde o seu nascimento até à morte.

Se considerarmos a amplitude do intervalo de idades em que assenta a informação, podemos distinguir entre tábuas completas e tábuas abreviadas:

- Tábuas completas: contém dados para todas as idades, variando desde o nascimento até w (idade máxima adoptada).
- Tábuas abreviadas: Os dados encontram-se agrupados por idades (quinquênais ou decenais).

A possibilidade de considerar o tempo cronológico na elaboração e apresentação das tábuas permite-nos distinguir entre tábuas estáticas e tábuas dinâmicas ou prospectivas:

- Tábuas estáticas: são tábuas unidimensionais onde todas as funções se reportam apenas à idade biológica x .
- Tábuas dinâmicas (ou prospectivas): são tábuas bidimensionais em que todas as funções estão indexadas, em linha, pela idade biológica e, em coluna, pelo ano de calendário (tempo cronológico).

Podemos também ter tábuas estáticas num contexto dinâmico de mortalidade ou seja, tábuas estáticas com taxas de mortalidade projectadas. Essas tábuas, apesar de terem as suas taxas ajustadas de acordo com o ano ao qual foi submetida a projecção, ao contrário das tábuas dinâmicas, não têm em conta uma melhoria continuada da esperança de vida, o que faz com que as suas taxas se tornem ultrapassadas à medida que o ano de calendário se afasta do ano base da tábua, assim como ocorre com as tábuas contemporâneas.

Neste trabalho utilizamos tábuas dinâmicas na determinação do valor actual actuarial de rendas, objecto de estudo da secção seguinte.

2.3 Rendas

Uma vez construída a tábua de mortalidade, ela é projectada para os anos seguintes, permitindo estimar o comportamento dos níveis futuros de mortalidade da população, de forma a poder antecipar o esforço financeiro futuro do trabalhador, para complementar a sua pensão de reforma. Esse esforço é calculado com base no valor actual actuarial de uma renda anual.

2.3.1 Rendas certas

Uma renda certa é um conjunto finito de valores que são pagos ou recebidos em intervalos de tempo constantes.

O valor actual de uma renda certa antecipada, de uma unidade monetária, pagável durante n anos, com $v = \frac{1}{1+i}$, onde i é a taxa de juro, é dado por:

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = 1 + v + v^2 + v^3 + \dots + v^{n-1} = (1+i) \frac{1-v^n}{i}.$$

2.3.2 Rendas vitalícias

Uma renda vitalícia é uma série de pagamentos equidistantes entre si, dependentes da sobrevivência de (x) , no momento desses pagamentos. A renda vitalícia antecipada é dada pela

expressão seguinte,

$$\begin{aligned}\ddot{a}_x &= 1 + v p_x + v^2 {}_2p_x + v^3 {}_3p_x + \dots + v^{w-x} {}_{w-x}p_x = \sum_{k=0}^{w-x} v^k {}_k p_x = \\ &= \frac{\sum_{k=1}^{w-x} v^{x+k} l_{x+k}}{v^x l_x} = \frac{N_x}{D_x},\end{aligned}$$

em que $D_x = v^x l_x$ e $N_x = \sum_{k=0}^{\infty} D_{x+k}$.

D_x e N_x são, na linguagem actuarial, denominados por símbolos de comutação.

No quadro de uma tábua de mortalidade dinâmica tem-se:

$$\ddot{a}_x^{[t]} = \sum_{n=0}^{\infty} v^n {}_n p_x^{[t]}, \quad (2.9)$$

onde $\ddot{a}_x^{[t]}$ representa a renda vitalícia de uma unidade monetária, paga a (x) , no ano de referência t e ${}_n p_x^{[t]}$ é a probabilidade de (x) sobreviver n anos tendo como ano de referência o ano t que, utilizando o modelo definido na próxima secção por (2.11), se escreve:

$${}_n p_x^{[t]} = \prod_{i=0}^{n-1} [1 - \exp(\alpha_{x+i} + \beta_{x+i} k_{t+i})]. \quad (2.10)$$

2.4 O Modelo de Lee-Carter

O modelo de Lee-Carter, ver [Lee e Carter, 1992], é extrapolativo, isto é, projecta as tendências dos dados históricos e os padrões etários da mortalidade, para o futuro. Assenta na combinação de um modelo demográfico para a mortalidade com métodos normalmente aplicados às séries temporais.

A sua utilização, nesse trabalho, preende-se com a necessidade de construção de tábuas de mortalidade prospectivas, como resposta ao aumento da esperança de vida das populações.

2.4.1 Definição do modelo

Este método foi apresentado por Ronald Lee e Lawrence Carter no início da década de 90, aplicado inicialmente em dados de mortalidade da população americana no período de 1900 a

1989 com um horizonte de previsão de 76 anos [Lee e Carter, 1992]. Devido à qualidade dos resultados das inúmeras aplicações, foi rapidamente adoptado em vários países. Em Portugal, foi aplicado pela primeira vez em 2001 por E. Coelho [Coelho, 2001], e as últimas projecções de população residente publicadas pelo INE (2003) para o horizonte de 2050 utilizam esse método na previsão da mortalidade ([Bravo, 2007]).

O método consiste em ajustar à força de mortalidade, a função log-bilinear:

$$\ln(\mu_{xt}) = \alpha_x + \beta_x k_t + \varepsilon_{xt}, \quad (2.11)$$

onde,

$\alpha_x \rightarrow$ Define, para cada idade, o nível médio das taxas de mortalidade no tempo,

$k_t \rightarrow$ Descreve as tendências temporais do nível de mortalidade,

$\beta_x \rightarrow$ Padrão de desvios de perfil da idade conforme a variação de k_t ,

$$\frac{d \ln(\mu_{xt})}{dt} = \beta_x \frac{dk_t}{dt}.$$

$\varepsilon_{xt} \rightarrow$ Erro aleatório com média zero e variância σ_ε^2 .

O modelo tem duas restrições:

$$\sum_{x=x_{min}}^{x_{max}} \beta_x = 1, \quad (2.12)$$

$$\sum_{t=t_{min}}^{t_{max}} k_t = 0, \quad (2.13)$$

com x_{min}, x_{max} designando a idade mínima e máxima, respectivamente, e t_{min}, t_{max} o período de tempo mínimo e máximo considerados, como forma de garantir a sua identificação e a obtenção de uma solução única para as estimativas dos parâmetros.

Uma das vantagens deste método reside no facto de permitir que as taxas de mortalidade decresçam de forma exponencial ao longo do tempo, não sendo necessário estabelecer um limite superior arbitrário ou racionalizar de alguma forma a desaceleração dos ganhos na esperança de vida. Permite ainda obter de forma indirecta a mortalidade para períodos nos quais não se dispõe de taxas de mortalidade específicas, mediante extrapolação. As limitações do método estão relacionadas com o facto de não incorporar informação sobre avanços na

medicina, alteração do contexto sócio económico, alteração de estilo de vida e informação sobre o aparecimento de novas doenças.

Na subsecção seguinte apresenta-se os procedimentos da estimação dos parâmetros do modelo.

2.4.2 Estimação dos parâmetros do modelo

A estimação dos parâmetros é efectuada com recurso ao método dos mínimos quadrados, ou seja, resolvendo o seguinte problema de optimização:

$$(\hat{\alpha}_x, \hat{\beta}_x, \hat{k}_t) = \arg \min \left\{ \sum_{x=x_{\min}}^{x_{\max}} \sum_{t=t_{\min}}^{t_{\max}} (\ln(\mu_{x,t}) - \alpha_x - \beta_x k_t)^2 \right\}, \quad (2.14)$$

cuja solução única, atendendo ao conjunto de restrições (2.12) e (2.13), é obtida através da aplicação do método da decomposição em valores singulares (Singular Value Decomposition - SVD). ([Bravo, 2007]).

A estimação de α_x é feita através dos logaritmos das médias das taxas centrais de mortalidade para a idade x , avaliada sobre todo o ano calendário t , através da equação:

$$\alpha_x = \frac{1}{\tau} \sum_{t=t_{\min}}^{t_{\max}} \ln(\mu_{x,t}),$$

sendo $\tau = t_{\max} - t_{\min} + 1$, a taxa central de mortalidade para a idade x no tempo t .

De seguida estima-se β_x e k_t , começando por considerar $\mathcal{N} = x_{\max} - x_{\min} + 1$ e designando por \mathbf{Z} a matriz ($\mathcal{N} \times \tau$) cujos elementos são determinados pela equação:

$$Z_{x,t} = \ln(\mu_{x,t}) - \hat{\alpha}_x.$$

Com isto, pretende-se aproximar a matriz \mathbf{Z} pelo produto de duas matrizes:

$$\mathbf{Z} \simeq \hat{\beta} \hat{k}', \quad (2.15)$$

onde $\hat{\beta} = (\hat{\beta}_{x_{\min}}, \dots, \hat{\beta}_{x_{\max}})'$ e $\hat{k} = (\hat{k}_{t_{\min}}, \dots, \hat{k}_{t_{\max}})'$ são determinados usando o método dos mínimos quadrados, ou seja, através da minimização da equação:

$$\sum_{x=x_{\min}}^{x_{\max}} \sum_{t=t_{\min}}^{t_{\max}} (Z_{x,t} - \beta_x k_t)^2,$$

usando a decomposição em valores singulares.

Designemos u_i o i -ésimo vector próprio normalizado da matriz $\mathbf{Z}'\mathbf{Z}$, de dimensões $(\tau \times \tau)$, correspondente ao valor próprio λ_i . Seja v_i o i -ésimo vector próprio normalizado da matriz $\mathbf{Z}\mathbf{Z}'$ de dimensões $(\mathcal{N} \times \mathcal{N})$ correspondente ao valor próprio λ_i . Prova-se que a SVD da matriz \mathbf{Z} é dada por:

$$\sum_{i \geq 1} \sqrt{\lambda_i} v_i u_i', \quad (2.16)$$

obtendo-se a aproximação

$$\mathbf{Z} \simeq \sqrt{\lambda_1} v_1 u_1', \quad (2.17)$$

nos casos em que o primeiro valor próprio, λ_1 , domina os restantes.

A qualidade da aproximação (2.16) é aferida pela taxa de inércia τ_1 , dada por:

$$\tau_1 = \frac{\lambda_1}{\sum_{i \geq 1} \sqrt{\lambda_i}}.$$

Combinando as equações (2.15) e (2.17) obtêm-se as seguintes estimativas para β e k :

$$\hat{\beta} = \frac{v_1}{\sum_j v_{1j}}, \quad (2.18)$$

$$\hat{k} = \sqrt{\lambda_1} \left(\sum_j v_{1j} \right) u_1, \quad (2.19)$$

sendo v_{1j} as componentes do vector próprio normalizado da matriz $\mathbf{Z}\mathbf{Z}'$, de dimensões $(\mathcal{N} \times \mathcal{N})$, correspondente ao valor próprio λ_1 , com $\sum_j v_{1j} \neq 0$. As estimativas $\hat{\beta}_x$ e \hat{k}_t respeitam as restrições (2.12) e (2.13) do modelo. A decomposição em valores singulares só é aplicável a matrizes de dados rectangulares completas, não podendo ser usada nos casos em que a idade máxima disponível não é constante no período de observação [Bravo, 2007].

De seguida, os parâmetros \hat{k}_t são reestimados, utilizando os valores das estimativas $\hat{\alpha}_t$ e $\hat{\beta}_x$ já obtidos, por forma a garantir que o número de óbitos observados em cada ano, $\sum_x d_{x,t}$, seja igual ao seu número estimado, ou seja,

$$\sum_{x=x_{min}}^{x_{max}} d_{x,t} = \sum_{x=x_{min}}^{x_{max}} E_{x,t} \exp \left(\hat{\alpha}_x + \hat{\beta}_x \hat{k}_t \right), \quad \forall t,$$

correspondendo $E_{x,t}$ à população exposta ao risco com idade x , no mesmo ano t .

As soluções da equação:

$$\sum_{x=x_{min}}^{x_{max}} \left[E_{x,t} \exp(\hat{\alpha}_x) \exp(\hat{\beta}_x \hat{k}_t) - d_{x,t} \right] = 0,$$

são os novos estimadores \ddot{k}_t . Estas obtêm-se usando o método iterativo de Newton-Raphson.²

[Lee e Carter, 1992] demonstraram, ainda, que os erros na estimação de α_x e β_x e os erros de ajustamento do modelo demográfico ε_{xt} , tornam-se cada vez menos relevantes, à medida que o horizonte de previsão aumenta, sendo dominados, a longo prazo, pela incerteza associada a k_t .

2.5 O Método de Denuit-Goderniaux

Segundo [Coelho et al., 2007], estudos sobre o comportamento da mortalidade nas idades avançadas, efectuados em vários países, demonstraram que a partir de uma certa idade verifica-se uma desaceleração da taxa de crescimento da mortalidade, ou seja, não se confirmou o crescimento exponencial pressuposto na maior parte dos modelos. Assim, desenvolveu-se métodos alternativos que captassem de forma adequada, o comportamento do fenómeno. Entre eles apresenta-se o método de Denuit-Goderniaux que, segundo [Coelho et al., 2007], apresenta melhores resultados quando comparado com outros métodos como o de Coale-Kisker e o modelo logit.

De acordo com [Denuit e Quashie, 2005], este método tem por base a taxa de mortalidade q_x e introduz condições de fecho nas tábuas. Consiste em ajustar, pelo método dos mínimos quadrados, o modelo log-quadrático

$$\ln(\hat{q}_x) = a + bx + cx^2 + \epsilon_x \quad \text{com } \epsilon_x \text{ iid } \mathcal{N}(0, \sigma^2), \quad (2.20)$$

às observações relativas às idades mais elevadas. Relativamente ao valor w , o limite técnico da tábua de mortalidade, consideram-se duas restrições:

$$q_w = 1, \quad (2.21)$$

$$q'_w = 0, \quad (2.22)$$

onde q'_w designa a primeira derivada de q_w , que é uma função da idade w . As restrições (2.21) e (2.22) conduzem a:

$$a + bx + cx^2 = c(w^2 - 2wx + x^2), \quad (2.23)$$

²Para mais detalhes ver a secção 2.3 de [Burden e Faires, 1997] e a secção 9.4 de [Press et al., 1993].

e impõem à curva dos quocientes de mortalidade uma configuração côncava nas idades elevadas e a existência de uma tangente horizontal no ponto $x = w$ anos. A restrição (2.22) visa impedir um eventual decréscimo dos quocientes nas idades elevadas.

Para determinar a idade a partir da qual as estimativas brutas de \hat{q}_x , são substituídas pelos valores ajustados provenientes do modelo (2.20), utilizou-se como critério de otimização, a maximização do coeficiente de determinação da regressão, R^2 . Assim, considerou-se a idade de corte x_0 e repetiu-se o procedimento para diferentes valores de x_0 no intervalo $[80,90]$. A série \hat{q}_x foi alisada em torno da idade de corte utilizando uma média móvel de ordem 2, evitando o surgimento de descontinuidades no comportamento da série na vizinhança de x_0 .

Capítulo 3

Resultados obtidos

Neste capítulo vai-se aplicar o modelo de Lee-Carter aos dados da população portuguesa e adaptar esses dados à população de Cabo Verde. Ir-se-á ainda, analisar a evolução da esperança de vida da população, o preço e os intervalos de confiança para as rendas vitalícias.

3.1 Aplicação do modelo

Em Cabo Verde, os dados históricos globais relativos à mortalidade só estão disponíveis a partir de 1980, não sendo suficientemente longos para um bom ajuste da série, nem suficientemente discriminados por idades.

Assim, na impossibilidade de utilização destes dados, o modelo de Lee-Carter foi aplicado aos dados da população de Portugal, para o período de 1969 a 2009, com posterior projecção dos níveis da mortalidade para 2109. A escolha do período de 1969 a 2009 justifica-se por ser o período, de entre os analisados, com valores mais baixos de soma dos quadrados dos resíduos. Analisou-se os períodos de 1940 a 2000, 1941 a 2000, 1942 a 2000, seguindo esta construção até ao período de 1980 a 2000, projectando depois a mortalidade, em cada um dos períodos, para os anos de 2001 a 2009. Comparou-se, de seguida, os níveis de mortalidade previstos para cada um dos períodos, com os dados disponíveis de 2001 a 2009 e conclui-se que as estimativas obtidas através do período de 1969 a 2009 está mais condizente com as expectativas em relação às mudanças da mortalidade, para além de apresentar, como já foi referido, valores mais baixos de soma dos quadrados dos resíduos.

Os dados utilizados neste trabalho são o número de mortes e de exposição ao risco da população portuguesa por sexo e idade durante o período de 1940 a 2009, dados obtidos na Human Mortality Database disponíveis no site <http://www.mortality.org>, e o número de mortes e esperança de vida, para Cabo Verde, obtidos na base de dados internacional de

desenvolvimento U.S. Census Bureau.

A modelação foi dividida por sexo, considerando a faixa etária entre 0 e 100 anos. Para o ajuste do modelo, conforme equação (2.11), realizou-se a estimação dos parâmetros α_x , β_x e k_t numa primeira etapa, reestimando k_t posteriormente, de forma que o número total de mortes ajustado coincida com o número total de mortes efectivamente verificados, conforme as Secções 2.4 e 2.5.

3.2 Estimação dos parâmetros do modelo

As Figuras 3.1 e 3.2 ilustram o comportamento das estimativas dos parâmetros do modelo (2.11), aplicado a todas as idades e divididas por sexo.

A curva dos $\hat{\alpha}_x$ mostra-nos que as taxas de mortalidade, naturalmente, crescem com a idade, excepto nas populações mais jovens, conforme o esperado.

A qualidade da aproximação é medida através de indicadores como a taxa de inércia (ou percentagem de variância explicada), calculada em $\tau_1 = 84,09\%$ para o sexo feminino e $\tau_1 = 81,87\%$ para o sexo masculino.

As maiores variações temporais da taxa de mortalidade (associada aos maiores valores de β_x) situam-se na idade mais jovem.

Finalmente a curva dos k_t apresenta um comportamento aproximadamente linear, com tendência de queda no nível de mortalidade com o passar do tempo, tanto para homens como mulheres.

Tendo em conta o modelo de Denuit-Goderniaux (Secção 2.5), considerou-se a idade de corte $x_0 = 80$. Esta idade maximiza o coeficiente de determinação da regressão R^2 . Repetiu-se o procedimento para diferentes valores de x_0 no intervalo $[80,90]$.

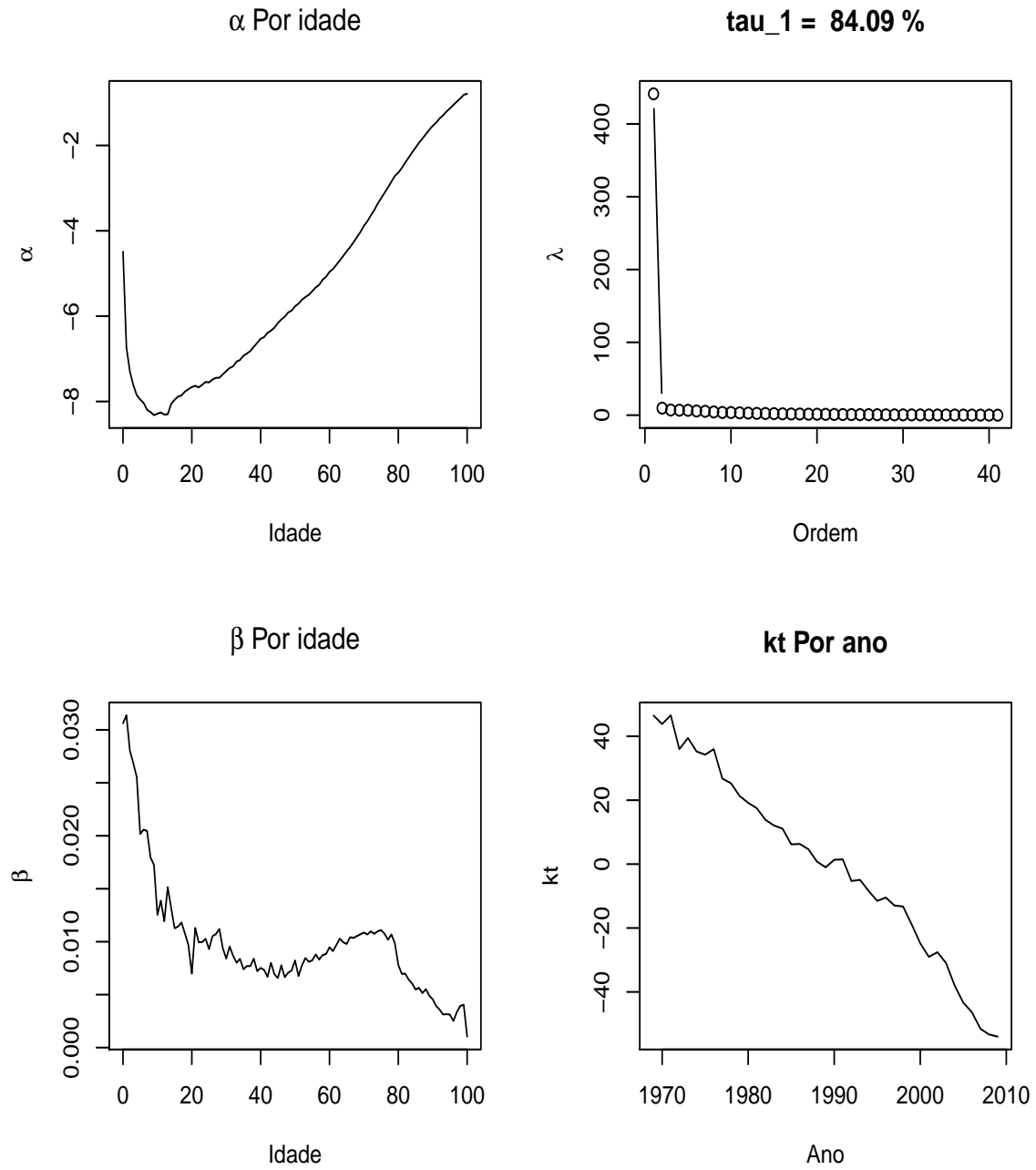


Figura 3.1: Estimação de α_x , β_x , k_t dos parâmetros do modelo (2.11)- sexo feminino.

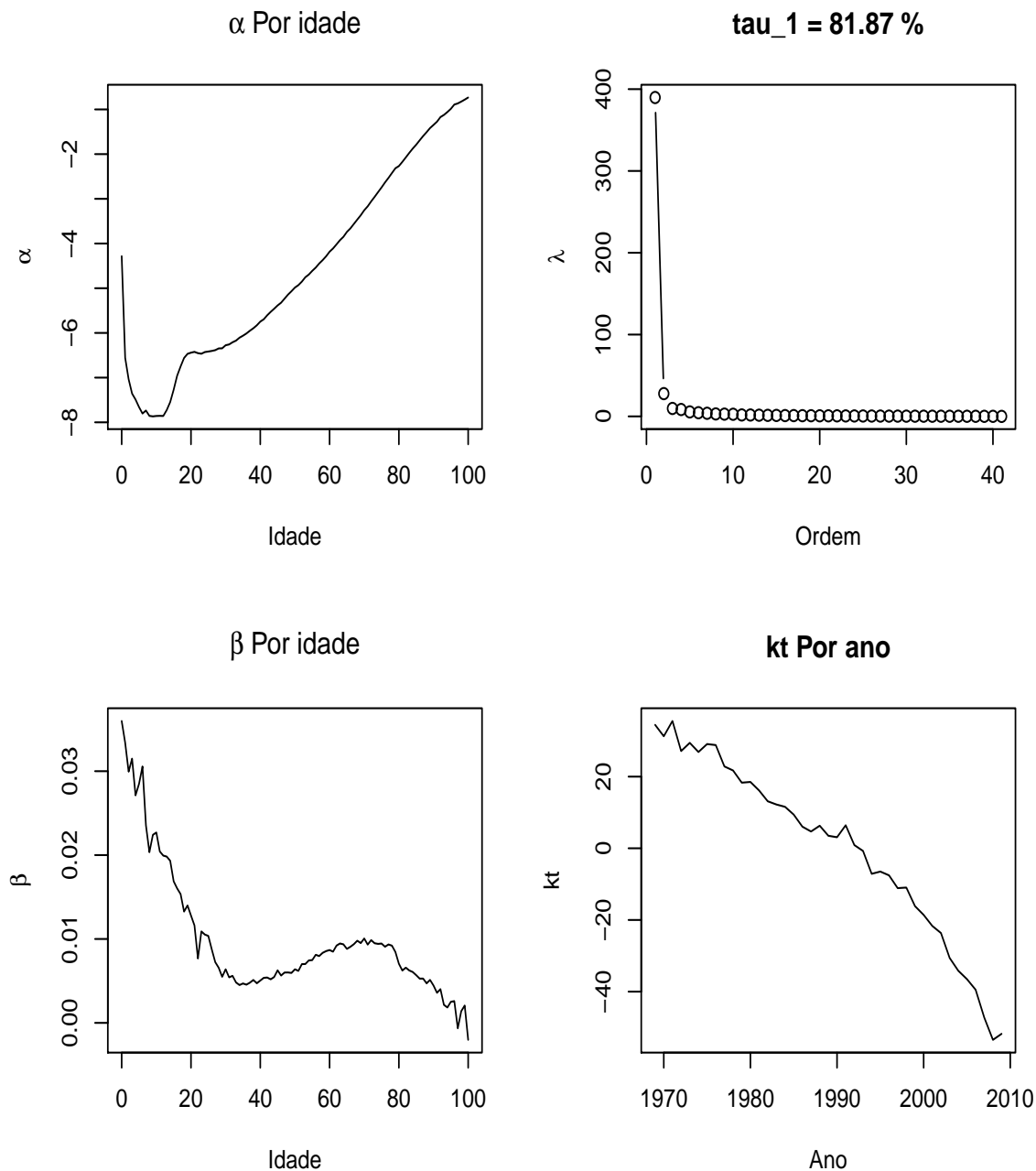


Figura 3.2: Estimação de α_x , β_x , k_t dos parâmetros do modelo (2.11)- sexo masculino.

Após a realização desta primeira etapa, os parâmetros \hat{k}_t são reestimados, conforme as Figuras 3.3 e 3.4, utilizando as estimativas $\hat{\alpha}_x$ e $\hat{\beta}_x$ já obtidas. No primeiro gráfico destas figuras, podemos observar a primeira estimativa de k_t (linha negra), versus k_t reestimado (ponto vermelhos). No segundo gráfico, observam-se as estimativas das taxas de mortalidade, por idade e sexo, para o ano 1970 (preto), 1990 (vermelho) e 2009 (verde). No terceiro gráfico podemos também observar os valores projectados de k_t e um intervalo de confiança de 95%

obtido à conta da variância do modelo ARIMA, modelo este utilizado para projectar os k_t . Uma vez reestimados os \hat{k}_t , pode-se escrever o modelo para a evolução da mortalidade, de 1969 a 2009, proposto pela equação (2.11), último gráfico das Figuras 3.3 e 3.4.

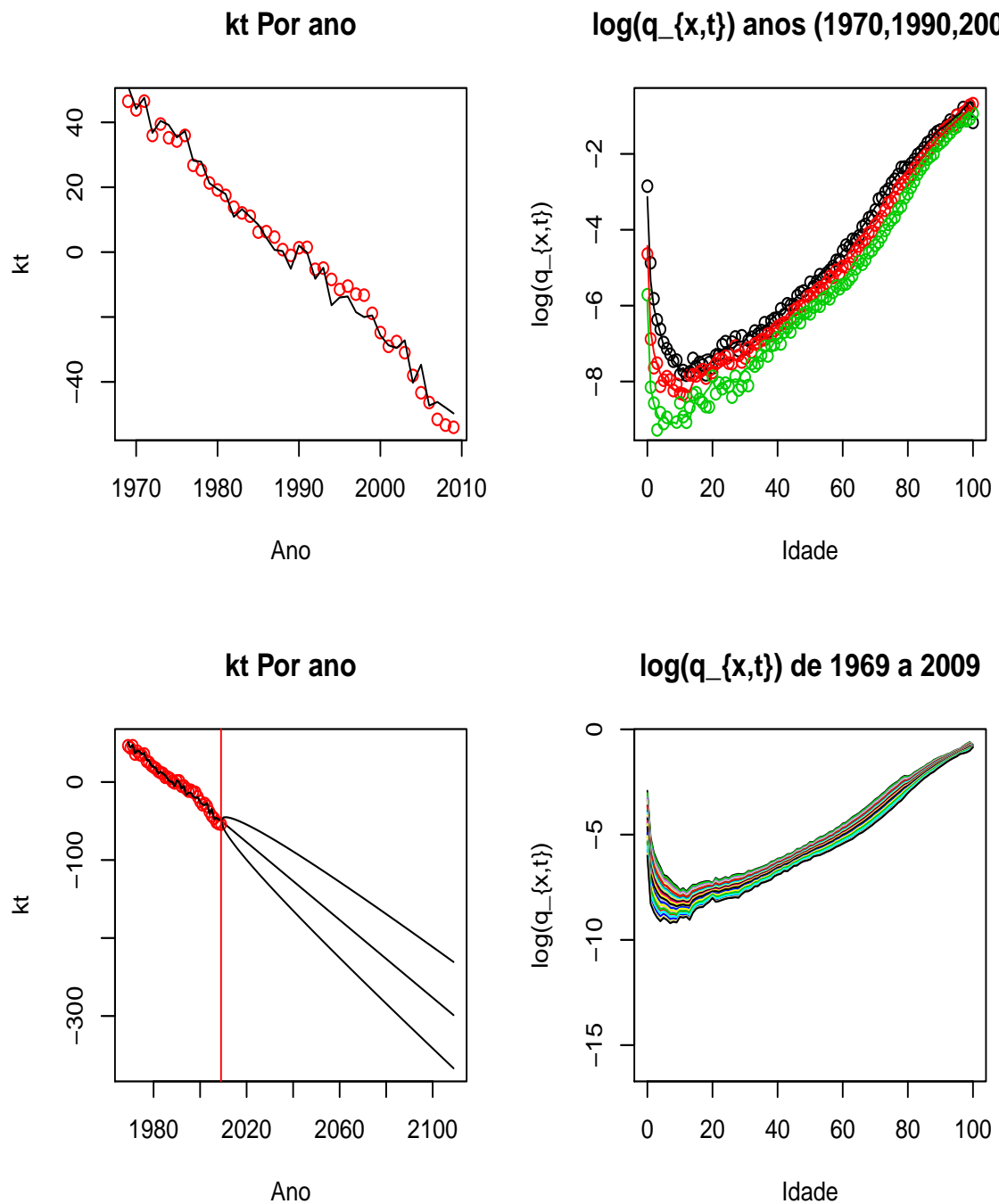


Figura 3.3: Reestimação do parâmetros k_t do modelo (2.11)- sexo feminino.

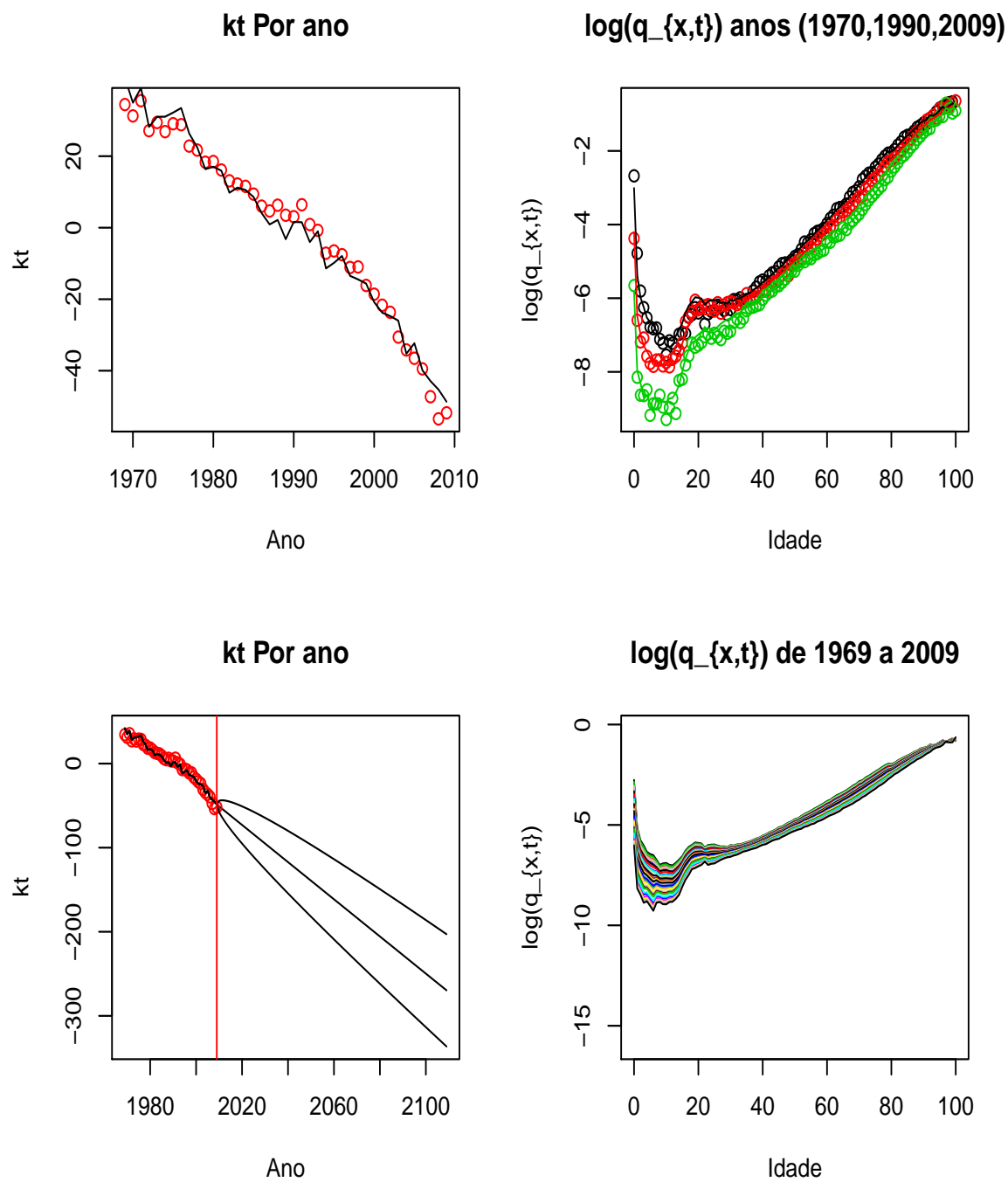


Figura 3.4: Reestimação do parâmetros k_t do modelo (2.11)- sexo masculino.

3.3 Evolução da mortalidade - O modelo para Cabo Verde

Tendo aplicado o modelo de Lee-Carter para os dados da mortalidade da população portuguesa de 1969 a 2009, e depois de analisada a sua evolução e comparada com alguns indicadores de Cabo Verde, como é o caso da esperança de vida à nascença no ano de 2009 $\hat{e}_{0,2009}^{cv} = 71.3143$, determinou-se o modelo de evolução da mortalidade para Cabo Verde, introduzindo um factor de ajustamento γ , no modelo Português, conforme se segue¹:

$$\mu_{xt}^{cv} = \exp(\alpha_x + \beta_x k_t + \epsilon_{xt} + \gamma) = \mu_{xt} \times \exp(\gamma),$$

com γ determinado tal que:

$$\hat{e}_{0,2009}^{cv} = 71.3143,$$

dado que,

$$\hat{e}_{0,2009}^{cv} = \sum_{n=0}^w n p_0^{cv} = \sum_{n=0}^w \frac{l_{0+n}^{cv}}{l_0^{cv}} \quad (3.1)$$

e

$$l_{0+n}^{cv} = l_0^{cv} \prod_{i=0}^{n-1} (1 - q_{i,2009}^{cv}) = l_0^{cv} \prod_{i=0}^{n-1} [1 - \exp(\alpha_i + \beta_i k_{2009} + \gamma)],$$

de (3.1) tem-se que:

$$\hat{e}_{0,2009}^{cv} = \sum_{n=0}^w \prod_{i=0}^{n-1} [1 - \exp(\alpha_i + \beta_i k_{2009} + \gamma)],$$

com γ determinado recorrendo ao Solver do Microsoft Excel.

No caso concreto, a correcção $\hat{e}_{0,2009}^{cv}$ não é de todo a mais adequada, pois é um indicador à nascença para a população, não discriminando o sexo. Para corrigir parte do enviesamento considerou-se que as mulheres vivem em média mais três anos do que os homens. Assim, para a população feminina $\hat{e}_{0,2009}^{cv} = 74.3143$ e para a população masculina $\hat{e}_{0,2009}^{cv} = 68.3143$, tendo-se obtido γ para a população feminina de 0.835471143 e γ para a população masculina de 0.665425247. Um indicador mais adequado será $\hat{e}_{INR,2009}^{cv}$ pois é a essa idade que necessitamos calcular a renda vitalícia, no entanto essa informação não se encontra disponível.

A população Portuguesa, ou Europeia, também não é o melhor modelo para a população Cabo-verdiana pois já se encontra muito envelhecida. Uma alternativa mais adequada a im-

¹A existência de um limite técnico da tábua de mortalidade ou idade biológica máxima, conforme descrito na secção 2.5, é um assunto controverso entre os investigadores, contudo o nosso pragmatismo levou-nos a considerar que 130 é uma aproximação razoável e sendo assim, w foi definida de forma a que $q_{w-1} = 1$, ou seja, nenhum individuo pode ultrapassar a idade $w = 130$ anos.

plementar, quando existir alguma informação para Cabo Verde ou para países Africanos com a mesma tipologia de população será, por exemplo, a apresentada por [Ahcan et al., 2011], na qual se constrói a população à custa de populações com semelhança à população para a qual é necessária informação, por forma a ter dados em quantidade e qualidade suficientes para aplicar as projecções.

Nas subsecções seguintes estuda-se a evolução da mortalidade ao longo do tempo e determina-se o indicador $\ddot{a}_{INR}^{[t]}$. Todos os cálculos foram efectuados com base nas taxas ajustadas (para $1969 \leq t \leq 2009$) ou projectadas (para $2010 \leq t \leq 2109$) obtidas por estimação dos parâmetros do modelo, com base nas estimativas da mortalidade da população de Cabo Verde, relativo ao período de 1969 a 2009 para ambos os sexos.

3.3.1 Por ano calendário

As Figuras 3.5 e 3.6 representam a evolução estimada das taxas instantâneas de mortalidade para o sexo feminino e masculino, respectivamente,

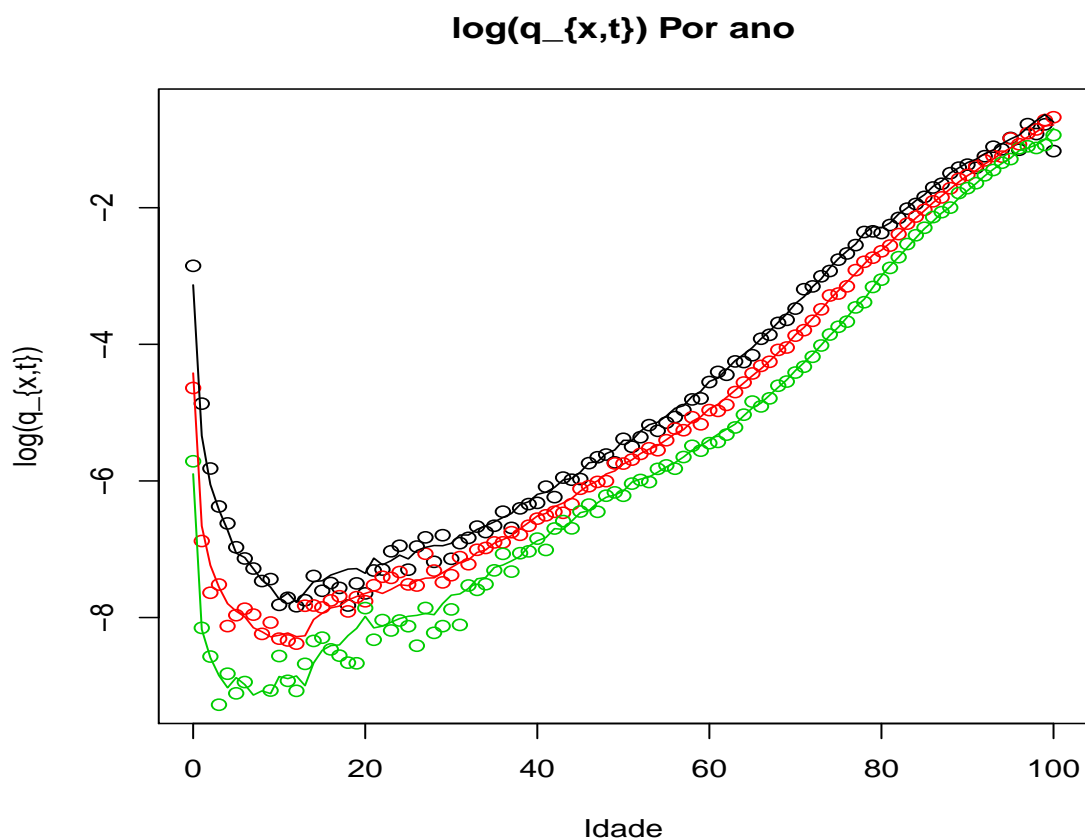


Figura 3.5: Evolução do logaritmo das taxas instantâneas de mortalidade para 1970 (preto), 1990 (vermelho) e 2009 (verde)-(Sexo Feminino) para Cabo Verde.

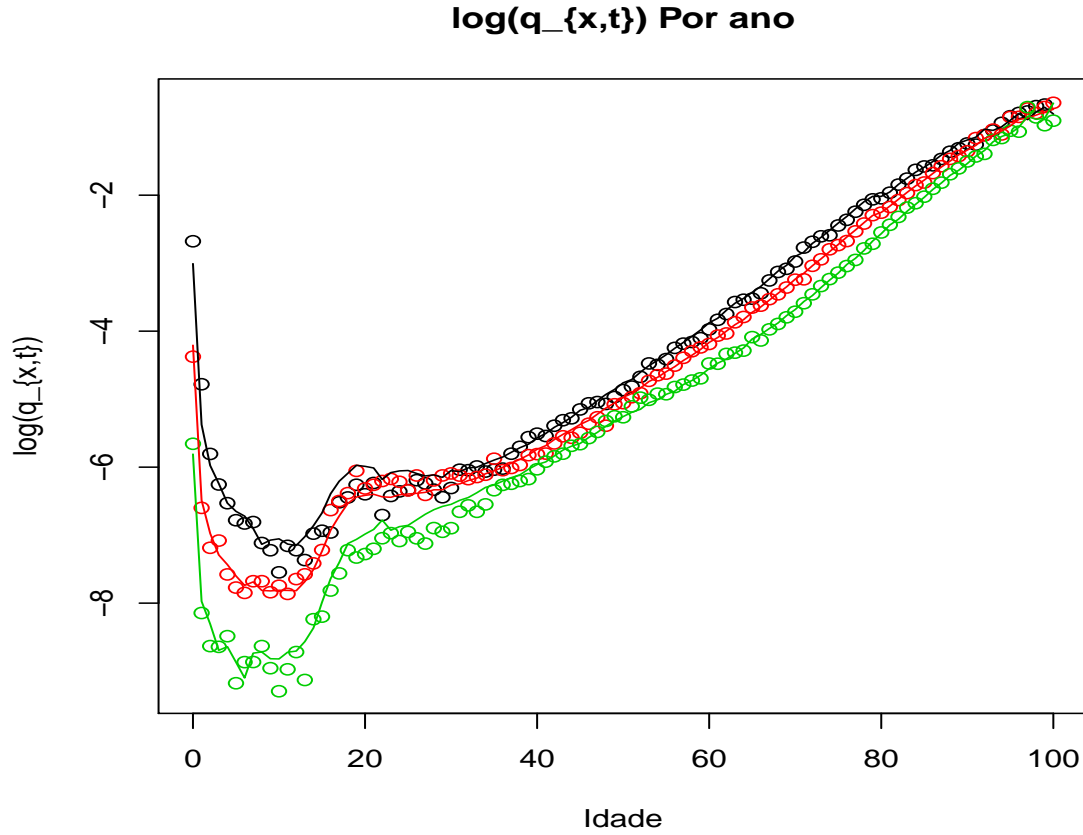


Figura 3.6: Evolução do logaritmo das taxas instantâneas de mortalidade para 1970 (preto), 1990 (vermelho) e 2009 (verde)- (Sexo Masculino) para Cabo Verde.

De um modo geral, em ambos os sexos, observa-se uma diminuição da mortalidade no decorrer do tempo. Como facilmente se observa, as maiores mudanças ocorrem nas idades juvenis. Esse fenómeno é conhecido como a “bossa” de acidentes devido ao risco acrescido da ocorrência de mortes violentas na faixa etária dos 15 a 30 anos, embora possa representar outros fenómenos como suicídio. Podemos observar que a mortalidade decresce até por volta dos 15 anos e que a partir dos 30 anos segue uma trajectória normal atingindo o equilíbrio por volta de $x = 95$ anos, ($\beta_{95} \approx 0$).

3.3.2 Esperança de vida

Nesta subsecção vai-se estudar a evolução de $e_0^{(t)}$, $e_{60}^{(t)}$ e $e_{65}^{(t)}$, em função do ano calendário $t \in \{1969, 2009, 2049\}$, para ambos os sexos.

Considerando o conjunto dos dados, para o indicador $e_0^{(t)}$, constata-se pelas Tabelas 3.1 e 3.2 que, para as mulheres, do ano de 1969 ao ano de 2009, se verificou um ganho médio anual de 161.7 dias, e do ano 2009 ao ano de 2049, se estima um ganho médio anual de 31.3 dias.

Mulheres				
t	$\dot{e}_0^{(t)}(anos)$	Ganho médio anual(dias)	$\dot{e}_{60}^{(t)}(anos)$	Ganho médio anual(dias)
1969	67,56	—	14,06	—
2009	85,72	161,7	20,78	59,8
2049	89,23	31,3	26,34	49,5

Tabela 3.1: *Evolução da esperança de vida à nascença e aos 60 anos (Mulheres).*

Homens				
t	$\dot{e}_0^{(t)}(anos)$	Ganho médio anual(dias)	$\dot{e}_{65}^{(t)}(anos)$	Ganho médio anual(dias)
1969	61,19	—	8,25	—
2009	79,60	163,9	13,32	45,1
2049	84,46	43,3	18,25	43,9

Tabela 3.2: *Evolução da esperança de vida à nascença e aos 65 anos (Homens).*

Para os homens, do ano de 1969 ao ano de 2009, se verificou um ganho médio anual de 163.9 dias, e do ano de 2009 ao ano de 2049 se estima um ganho médio anual de 43.3 dias. Para o indicador $\dot{e}_{60}^{(t)}(mulheres)$, do ano de 1969 ao ano de 2009, se verificou um ganho médio anual de 59.8 dias, e do ano 2009 ao ano de 2049, se estima um ganho médio anual de 49.5 dias. Para o indicador $\dot{e}_{65}^{(t)}(homens)$, do ano de 1969 ao ano de 2009, se verificou um ganho médio anual de 45.1 dias, e do ano 2009 ao ano de 2049, se estima um ganho médio anual de 43.9 dias.

Fica evidente que, com o passar do tempo, os recursos destinados ao pagamento de benefícios vitalícios aos pensionistas se podem tornar insuficientes, devido ao aumento do tempo médio de pagamento dos mesmos.

3.3.3 O preço das rendas vitalícias

A renda vitalícia é um produto de seguro de vida que garante, a um indivíduo de idade x , uma série de pagamentos, equidistantes, enquanto esteja vivo. Assim, constitui um produto de subscrição preferencial dos reformados como complemento à sua pensão.

O prémio único puro² é dado por:

²O prémio puro é calculado utilizando o princípio de que o valor actual actuarial das quantias a pagar pela seguradora deve ser igual ao valor actual actuarial das quantias a pagar pelo tomador do seguro. Não inclui quaisquer cargas ou taxas.

$$\ddot{a}_x^{[t]} = \sum_{k=0}^{\infty} v^k {}_k p_x^{[t]}, \quad (3.2)$$

com $v = \frac{1}{1+i}$, o factor de actualização associado à taxa de juro $i = 3\%$.

A Tabela 3.3 mostra-nos um panorama da evolução do preço de $\ddot{a}_{INR}^{[t]}$, em função do ano calendário t , e do sexo do indivíduo.

Ano	$\ddot{a}_{INR}^{[t]}$	
	$\ddot{a}_{65}^{[t]}(\text{Homem})$	$\ddot{a}_{60}^{[t]}\text{Mulher}$
1969	7,486	11,462
1979	8,286	12,535
1989	8,966	13,489
1999	9,968	14,505
2009	10,991	15,444
2029	12,608	17,044
2049	14,729	18,351
2109	16,750	20,238

Tabela 3.3: *Evolução do preço das rendas vitalícias à INR, de 1969 a 2109, para Cabo Verde, por sexo.*

Assiste-se a um aumento médio anual no valor de $\ddot{a}_{INR}^{[t]}$, registados, nos anos de 1969 a 2009, de 0,0797 para os homens e 0,0909 para as mulheres. Este facto evidencia que os prémios calculados com base em tábuas de mortalidade clássicas, não reflectirão o risco real de nenhuma das pessoas seguras da carteira.

3.3.4 Intervalos de confiança para $\ddot{a}_x^{[t]}$

É importante fornecer informações sobre a variabilidade das quantidades projectadas, pois permitem avaliar o grau de confiança a ter na projecção do preço das rendas vitalícias e, portanto, escolher uma margem de segurança adequada que permita uma opção por um programa de seguro apropriado. Esta avaliação é feita determinando um intervalo de confiança.

A determinação do intervalo de confiança consiste, genericamente, no seguinte: procuram-se estatísticas (estimadores) $\Theta_1 = g_1(X_1, \dots, X_n)$ e $\Theta_2 = g_2(X_1, \dots, X_n)$ de modo a formar um intervalo aleatório (Θ_1, Θ_2) .

Θ_1 e Θ_2 são os limites inferior e superior, respectivamente, do intervalo.

[Lee e Carter, 1992] estudaram a estrutura e ordem de grandeza dos erros do modelo (2.11) e concluíram que 95% desses erros são provenientes dos erros de projecção de k_t , assim,

ignorando as restantes fontes de erro, os limites do intervalo de confiança da renda vitalícia e da esperança de vida podem ser calculados a partir dos limites do intervalo de confiança para k_t , cuja variância é obtida com base na variância do modelo ARIMA(0,1,2), decorrente da aplicação da metodologia de Box-Jenkins à série temporal dos valores do parâmetro k_t (ver secção 5 de [Lee e Carter, 1992]).

Assim, tem-se:

$$P[\Theta_1 < \mathbb{E}[k_t] < \Theta_2] = 0.95,$$

$$\Theta_1 = \mathbb{E}[k_t] - 1.96 \times \sqrt{\mathbb{V}[k_t]},$$

$$\Theta_2 = \mathbb{E}[k_t] + 1.96 \times \sqrt{\mathbb{V}[k_t]}.$$

Considere-se a seguinte notação:

LimInf: limite inferior do intervalo de confiança a 95% para $\ddot{a}_x^{[t]}$.

LimSup: limite superior do intervalo de confiança a 95% para $\ddot{a}_x^{[t]}$.

Uma vez obtidos os intervalos de confiança para k_t é possível obter intervalos de confiança para $\ddot{a}_x^{[t]}$ com $x \in \{0, 1, 2, \dots, w\}$. Para tal recorre-se à formula (2.9) e substitui-se em (2.10) o k_t , pelo respectivo Θ_2 por forma a determinar o *LimInf* e Θ_1 para determinar o *LimSup*.

As Figuras 3.7 e 3.8 ilustram graficamente os intervalos de confiança a 95%, para ambos os sexos, para o indicador $\ddot{a}_x^{[2011]}$ com $x \in \{0, 1, 2, \dots, 110\}$. Os resultados numéricos foram gerados recorrendo a uma rotina informática construída e implementada no R.

Em anexo é possível encontrar a tabela com os resultados numéricos obtidos, das idades 50 a 70 anos e por sexo.

As estimativas pontuais pelo método Lee-Carter encontram-se claramente no interior dos intervalos de confiança a 95% estimados. Para as mulheres o intervalo de confiança revela-se mais estreito do que para os homens.

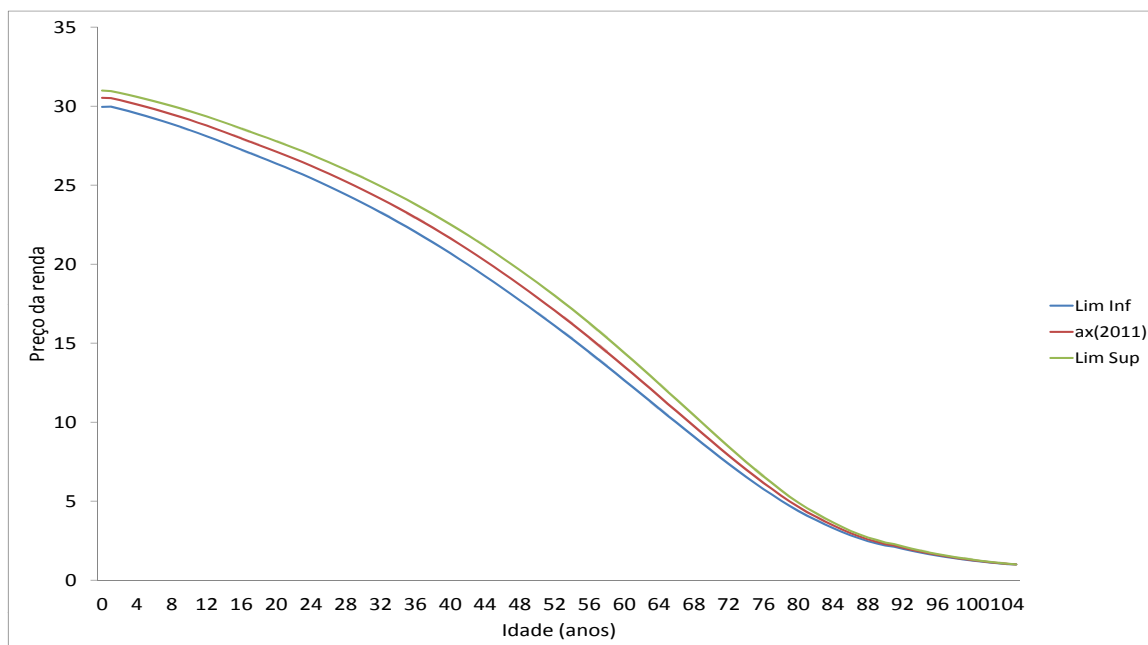


Figura 3.7: Intervalos de confiança a 95% para o indicador $\ddot{a}_x^{[2011]}$ (Sexo masculino).

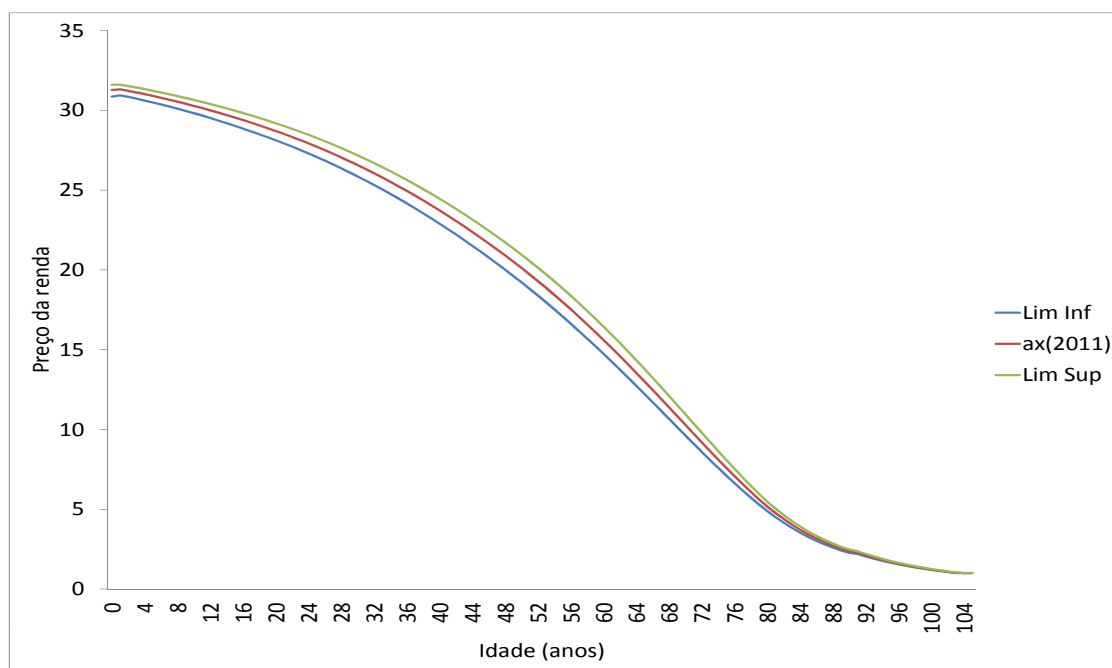


Figura 3.8: Intervalos de confiança a 95% para o indicador $\ddot{a}_x^{[2011]}$ (Sexo feminino).

3.3.5 Coeficiente de Variação de Pearson

O coeficiente de variação de Pearson é uma medida de variabilidade que tem por função determinar o grau de concentração dos dados em torno da média, geralmente utilizada para se fazer a comparação entre dois conjuntos de dados em termos percentuais. Esta comparação revelará o quanto os dados estão próximos ou distantes da média do conjunto de dados. No presente caso, serve para determinar o quanto o limite superior e inferior de $\ddot{a}_x^{[t]}$ estão distantes do valor esperado das mesmas.

É definido por:

$$CVP = \frac{\sqrt{\mathbb{V}[\ddot{a}_x^{[t]}]}}{\mathbb{E}[\ddot{a}_x^{[t]}]},$$

com $\mathbb{V}[\ddot{a}_x^{[t]}]$ obtida, por exemplo, da seguinte forma:

$$\mathbb{V}[\ddot{a}_x^{[t]}] = \left(\frac{LimSup - \mathbb{E}[\ddot{a}_x^{[t]}]}{1.96} \right)^2,$$

em que $\mathbb{E}[\ddot{a}_x^{[t]}]$ é o valor estimado, para $\ddot{a}_x^{[t]}$,

Conforme se pode verificar, por observação da Figura 3.9, para ambos os sexos, os dados estão concentrados em torno de $\ddot{a}_x^{[t]}$, pois o coeficiente de variação é baixo ($\leq 50\%$), para todas as idades, o que nos leva a concluir que o valor médio de $\ddot{a}_x^{[t]}$ é representativo.

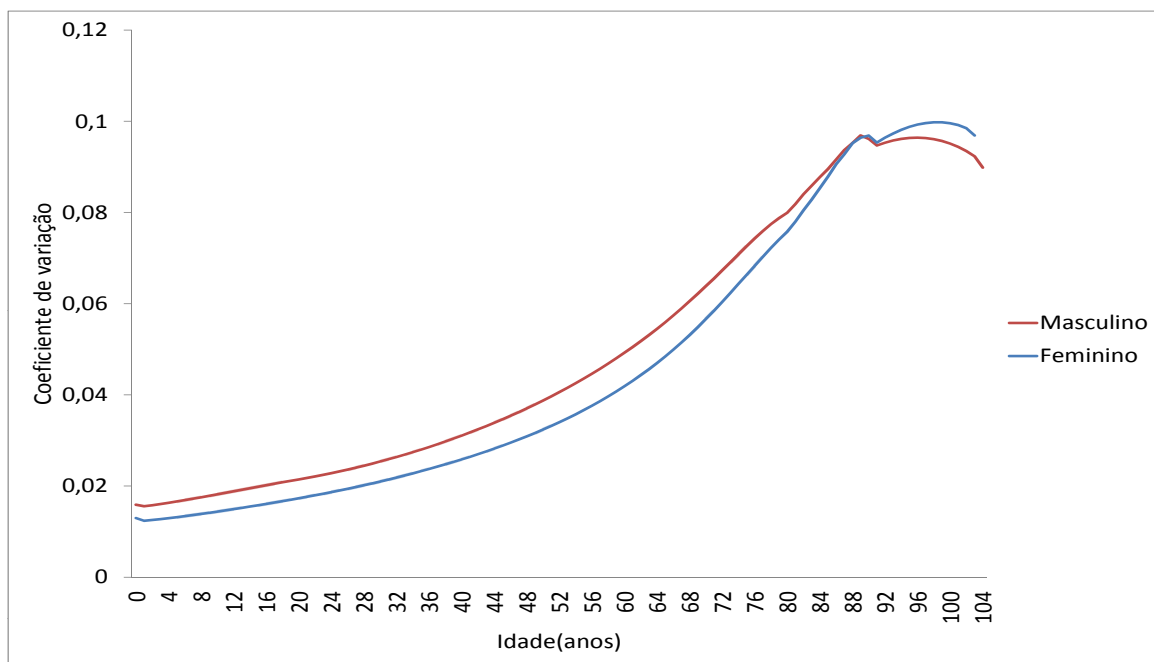


Figura 3.9: Coeficiente de variação de Pearson.

Capítulo 4

Os pilares da Segurança Social

4.1 A pensão de Segurança Social

O gráfico da Figura 4.1 mostra-nos a evolução da taxa de substituição calculada nos termos do exposto na subsecção 1.3.1 do Capítulo 1, considerando um crescimento médio salarial ¹ de 2% e densidades contributivas de {15; 20; 25; 30; 35; 40; 45} anos.

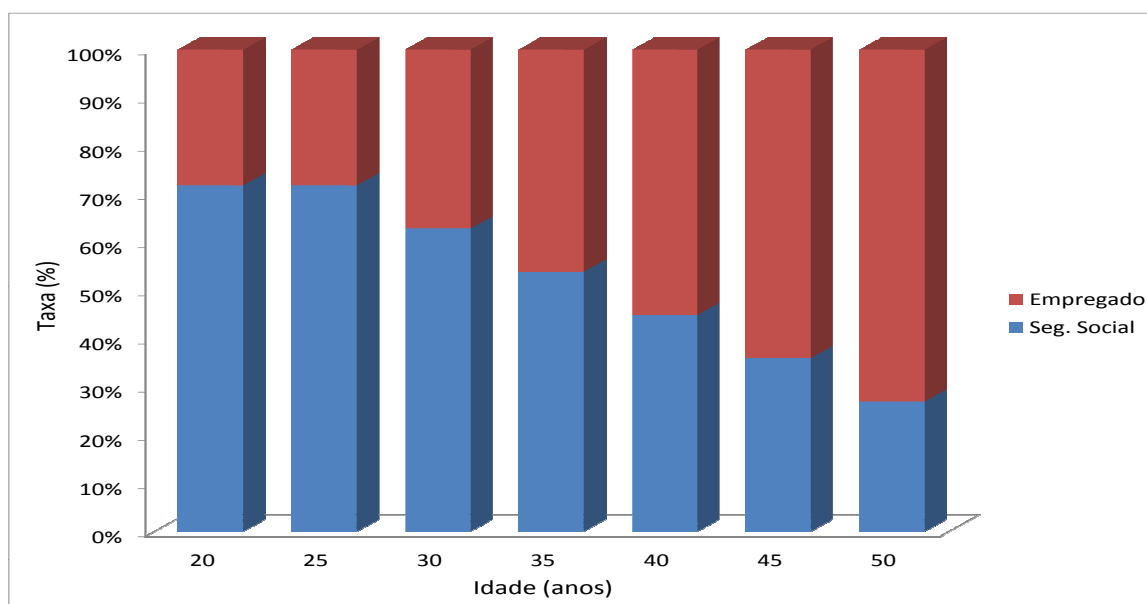


Figura 4.1: Evolução da taxa de substituição(Seg. Social) e de esforço (Empregado).

Os dados das Tabelas 4.1 e 4.2 exemplificam o cálculo da pensão de Segurança Social para os sexos masculino e feminino, respectivamente, e é notória a penalização a carreiras contributivas mais curtas, ou seja, a idade de entrada no mercado de trabalho e a densidade

¹Considerou-se um salário médio mensal de 30.000 escudos Cabo-verdianos

da carreira contributiva são determinantes no processo de formação da pensão da Segurança Social podendo um trabalhador perder de 28% a 70% do seu salário no dia em que passar à reforma, de acordo com a densidade contributiva durante o período activo (u.m.: CVE).

Atendendo a que:

Sal	Salário pensionável (mensal).
Sinr	Salário à idade normal de reforma (mensal).
PSS	Pensão de Segurança Social (mensal).
PPR	Plano de Poupança Reforma.
VA PPR	Valor Actual do PPR.
TSF	Tempo de Serviço Futuro.
RR	Remuneração de Referência.
FA	Factor de Acumulação.
TS	Taxa de Substituição.

tem-se:

Idade	Sal	TSF	Sinr	RR	FA	PSS	TS
20	30.000	45	73.135,63	65.694,70	0,9	52.555,76	72%
25	30.000	40	66.241,19	59.501,71	0,8	47.601,37	72%
30	30.000	35	59.996,69	53.892,53	0,7	37.724,77	63%
35	30.000	30	54.340,85	48.812,13	0,6	29.287,28	54%
40	30.000	25	49.218,18	44.210,65	0,5	22.105,32	45%
45	30.000	20	44.578,42	40.042,95	0,4	16.017,18	36%
50	30.000	15	40.376,05	36.268,13	0,3	10.880,44	27%

Tabela 4.1: *Pensão de Segurança Social e taxa de substituição (Homem).*

Idade	Sal	TSF	Sinr	RR	FA	PSS	TS
20	30.000	40	66.241,19	59.501,71	0,8	47.601,37	72%
25	30.000	35	59.996,69	53.892,53	0,7	37.724,77	63%
30	30.000	30	54.340,85	48.812,13	0,6	29.287,28	54%
35	30.000	25	49.218,18	48.812,13	0,5	22.105,32	45%
40	30.000	20	44.578,42	40.042,95	0,4	16.017,18	36%
45	30.000	15	40.376,05	36.268,13	0,3	10.880,44	27%

Tabela 4.2: *Pensão de Segurança Social e taxa de substituição (Mulher).*

4.2 Fundo de Pensões

Uma das principais fontes de financiamento dos investimentos e consequentemente do crescimento e desenvolvimento económico de qualquer país, seja ele desenvolvido ou em desenvolvimento, é a formação de poupança. O fundo de pensões é um exemplo típico de formação de poupança. No plano social, desempenha um papel importante na manutenção do padrão de vida dos indivíduos após a vida activa.

Assim, o fundo de pensões, de iniciativa privada, afigura-se como alternativa credível ao actual sistema público de repartição, não no sentido de o substituir mas sim de o complementar, pois é sabido que o sector privado, por si só, não é capaz de redistribuir a riqueza, aliviar a pobreza e promover o bem-estar social, cabe à Segurança Social corrigir as falhas do mercado.

4.2.1 Caracterização quanto ao benefício

Os fundos de pensões são patrimónios constituídos com a única finalidade de financiar um plano de pensões, que é um programa onde se define as condições em que se constitui direito ao recebimento de uma pensão derivado das contingências de invalidez, velhice ou morte.

Os planos de pensões, de acordo com as garantias que estabelecem, podem ser de benefício definido, contribuição definida ou mistos. Nos planos de benefício definido o montante do benefício a receber encontra-se previamente definido através de um conjunto de regras previamente definidas e as contribuições são calculadas de forma a garantir o pagamento daqueles benefícios. Os valores garantidos podem ser independentes dos benefícios da Segurança Social ou complementares a estes. Num plano de contribuição definida, as contribuições são previamente fixadas e os benefícios são resultados das contribuições efectuadas e dos respectivos rendimentos acumulados. Nos planos mistos conjugam as características dos planos de benefício definido e de contribuição definida.

As empresas podem partilhar a responsabilidade de financiamento do plano de pensões com os seus empregados ou suportarem, sozinhas, essa responsabilidade. No primeiro caso temos um plano contributivo e no segundo caso, um plano não contributivo. Nos planos contributivos, relativamente às contribuições próprias, e nos planos com direitos adquiridos, é permitido aos empregados que cessem o vínculo com a empresa, a transferência do valor a que têm direito para outro fundo de pensões.

4.2.2 Fundos fechados e Fundos abertos

Os fundos de pensões podem ser fechados ou abertos:

Considera-se que é fechado quando disser respeito apenas a um associado ou, existindo vários associados, quando existir um vínculo de natureza empresarial, associativo, profissional ou social entre eles e seja necessário o seu assentimento para a inclusão de novos associados no fundo.

Considera-se que é aberto quando não se exigir a existência de qualquer vínculo entre os diferentes aderentes ao fundo, dependendo a adesão ao fundo unicamente da aceitação pela entidade gestora.

Os fundos de pensões fechados podem ser constituídos por iniciativa de uma empresa ou grupos de empresas, de associações, designadamente de âmbito sócio profissional, ou por acordo entre associações patronais e sindicais.

Os fundos de pensões abertos podem ser constituídos por iniciativa de qualquer entidade autorizada a gerir fundos de pensões, sendo o seu valor líquido global dividido em unidades de participação, inteiras ou fraccionadas, que podem ser representadas por certificados.

4.2.3 Situação actual

Em Cabo Verde, o Decreto-Lei n.º 15/2005, de 14 de Fevereiro que regula os Organismos de Investimento Colectivo, reúne num só diploma a disciplina dos principais tipos de fundos de investimento e dos fundos de pensões. Assim, a constituição e o funcionamento dos fundos de pensões é regulada através dos artigos 124º a 163º desse diploma.

A gestão dos fundos de pensões está a cargo, quer das sociedades de gestão financeira, quer das empresas de seguros que em Cabo Verde explorem legalmente o ramo “Vida”.

Compete ao Banco de Cabo Verde emitir a autorização para constituição do fundo de pensões e a fixação das regras de gestão financeira, técnicas e actuarial a observarem na sua administração.

Em Cabo Verde, até o momento, não se encontra criado qualquer fundo de pensões.

4.3 Planos de Poupança Reforma - PPR

O Plano Poupança Reforma (PPR) é um plano de poupança de médio/longo prazo com a finalidade de financiar um complemento de reforma.

Investir num PPR consiste em fazer entregas de uma determinada quantia, periodicamente ou não, a uma companhia seguradora ou a uma sociedade gestora de fundos de pensões ou de fundos de investimento mobiliário. Os montantes entregues são investidos pela entidade

gestora, de acordo com determinadas regras e o reembolso do valor do PPR é efectuado apenas em caso de reforma por velhice.

É regulado pelo Decreto-Lei nº 26/2010, de 2 de Agosto e veio preencher uma lacuna importante no desenvolvimento do mercado financeiro Cabo-verdiano.

4.3.1 Capital necessário ao complemento da Pensão de Segurança Social

O capital necessário a um complemento à idade normal de reforma, para que o participante receba 100% do seu salário ao se reformar, é dado por:

$$PPR = (Sinr - PSS)\ddot{a}_{inr}^{[t]},$$

em que t é o ano calendário em que (x) atinge a INR .

No seguimento dos resultados das Tabelas 4.1 e 4.2, as Tabelas 4.3 e 4.4 resumem o cálculo do valor actual do complemento de um participante do sexo masculino e feminino respectivamente (u.m.: CVE).

Idade	t	Sinr - PSS (ano)	$\ddot{a}_{65}^{[t]}$	PPR _{inr}	VA PPR
20	2056	246.958,41	14,53	3.589.484	949.198
25	2051	223.677,84	14,20	3.176.745	973.853
30	2046	267.262,96	13,86	3.703.894	1.316.302
35	2041	300.642,85	13,50	4.059.794	1.672.581
40	2036	325.354,27	13,14	4.274.435	2.041.494
45	2031	342.734,92	12,76	4.373.688	2.421.605
50	2026	353.947,33	12,37	4.379.811	2.811.234

Tabela 4.3: Capital necessário ao complemento da PSS (Homem).

Idade	t	Sinr - PSS (ano)	$\ddot{a}_{60}^{[t]}$	PPR _{inr}	VA PPR
20	2051	223.677,84	18,47	4.130.663	1.266.283
25	2046	267.262,96	18,17	4.856.692	1.725.988
30	2041	300.642,85	17,86	5.369.748	2.212.265
35	2036	325.354,27	17,53	5.704.429	2.724.467
40	2031	342.734,92	17,19	5.890.743	3.261.562
45	2026	353.947,33	16,82	5.954.689	3.822.088

Tabela 4.4: Capital necessário ao complemento da PSS (Mulher).

4.3.2 Formas de financiamento

O valor do complemento pode ser financiado, por exemplo, através de prestações constantes, amortizações constantes ou amortizações crescentes.

Prestações Constantes

Anualmente, e até o ano anterior à reforma, o participante pode contribuir, com uma prestação P , dada por:

$$VA \ PPR = P \ddot{a}_{\overline{TSF-1}|},$$

ou seja,

$$P = \frac{VA \ PPR}{\ddot{a}_{\overline{TSF-1}|}}.$$

Amortização Constante

A entidade gestora acorda com o participante, amortizações correspondendo a uma percentagem k , fixa do salário, sendo k a solução da equação (4.1).

$$VA \ PPR = k \ Sal \sum_{t=0}^{TSF-1} \left(\frac{1+s}{1+j} \right)^t, \quad (4.1)$$

sendo j a taxa de rendimento esperada e s a taxa de crescimento salarial estimada.

Amortizações crescentes

No início da vida activa, é-se tomado pela preocupação em garantir uma vida confortável no presente e a necessidade de efectuar poupanças para a manutenção dessa qualidade de vida ao se reformar. É, pois, natural que um jovem empregado queira adquirir casa própria, carro, casar e ter filhos ao mesmo tempo que tem que pensar no momento em que vai se reformar sendo, no entanto, o seu salário curto para tanta despesa. Assim, propomos essa modalidade de financiamento do PPR baseado em prestações calculadas em percentagem de salários crescentes, onde o jovem pode começar com uma poupança de 5% do seu salário e à medida que as suas necessidades de consumo vão sendo menores, aumenta a sua comparticipação para o complemento.

4.3.3 Cenários-I

Nesta subsecção analisar-se-á o percurso de um indivíduo de 20 anos, outro de 40 anos e um indivíduo cuja densidade contributiva não lhe confere o direito à pensão de Segurança Social.

Caso 1

Analisar-se-á o percurso de um indivíduo do sexo feminino, com 20 anos de idade (acabado de entrar no sistema) e um salário médio mensal de 30.000\$00 CVE.²

- Prestações constantes

Estima-se uma contribuição anual constante, até se reformar. Nota-se que esta contribuição anual vai significar uma percentagem decrescente do salário do indivíduo em causa, assumindo que o seu salário cresce com o tempo, ao longo dos 40 anos de trabalho futuro, conforme os dados da Figura 4.2.

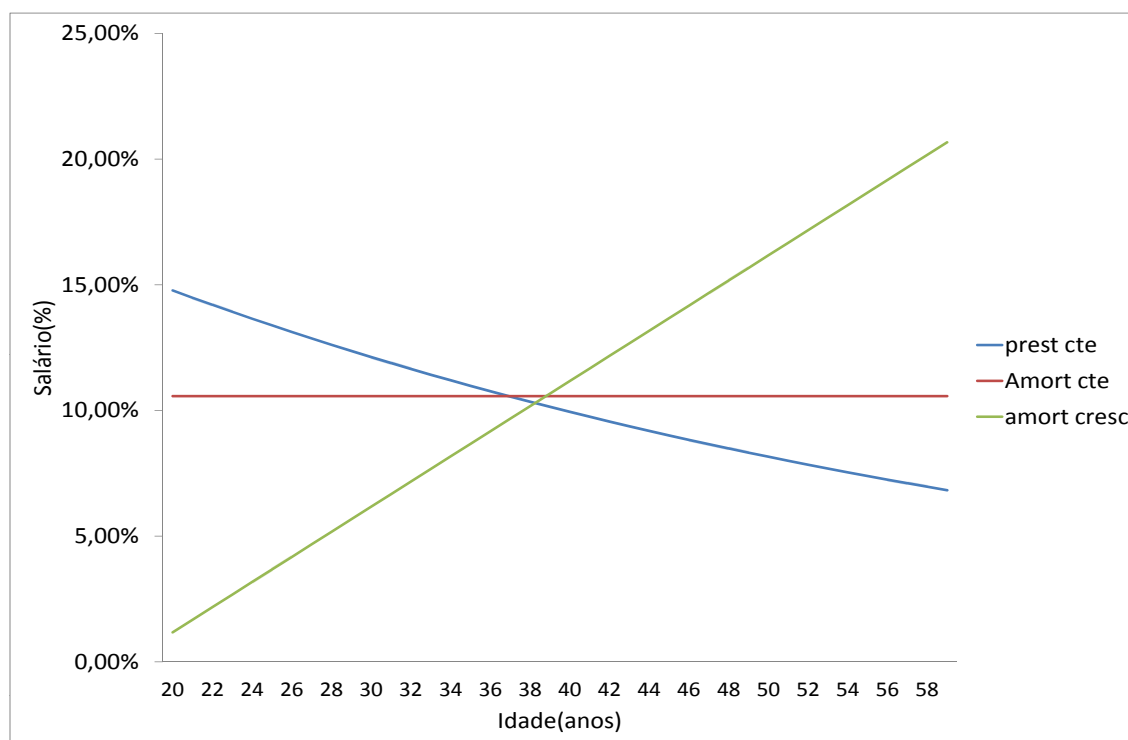


Figura 4.2: Formas de pagamento.

²O salário médio nacional é de 300 Euros mensais - ver <http://www.portugalcoverde.com>.

- Amortizações Constantes

A opção por esta modalidade de financiamento do complemento implica uma contribuição anual numa percentagem fixa do salário, ao longo de 40 anos, conforme se exemplifica na Figura 4.2.

- Amortizações Crescentes

Neste cenário, nota-se que o esforço financeiro que é exigido ao indivíduo no início da sua actividade laboral é suportável e vai crescendo, de uma forma sustentável, à medida que ele se vai aproximando da idade de reforma, tendo como pressuposto que as suas necessidades de consumo vão diminuindo e assim terá maior disponibilidade para financiar o seu complemento. Supõe-se que se inicia a contribuição com 1,5% do seu salário, crescendo 0,5% ao ano.

Para um indivíduo de sexo masculino na mesma idade, o esforço financeiro que lhe é exigido é menor, uma vez que desconta para a Segurança Social durante mais 5 anos (reforma-se aos 65 anos enquanto as mulheres se reformam aos 60 anos). As Figuras 4.3 e 4.4 evidenciam esta diferença de contribuição.

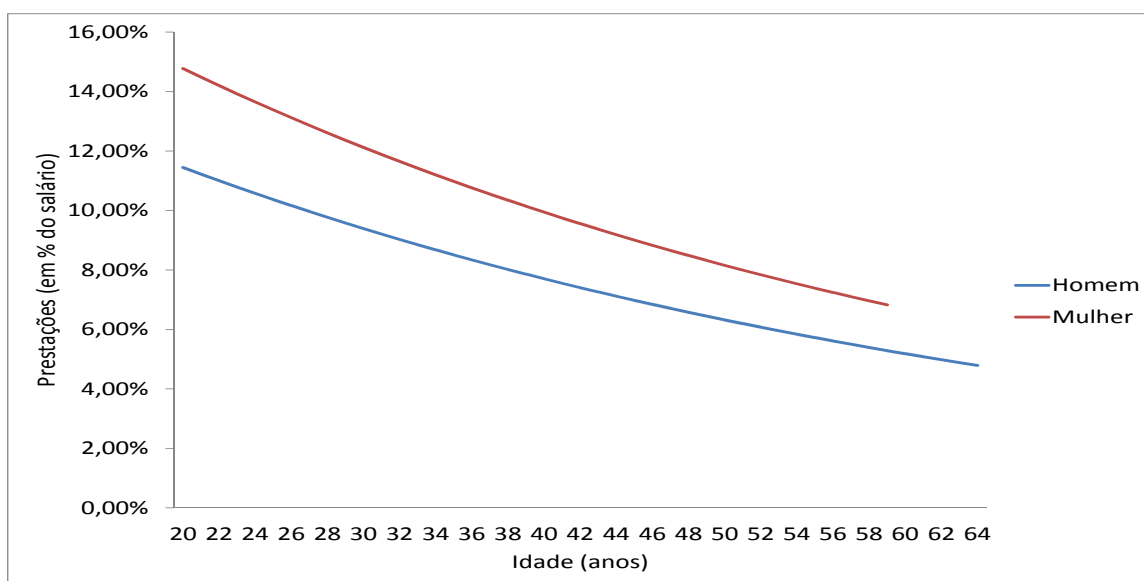


Figura 4.3: Prestações constantes.

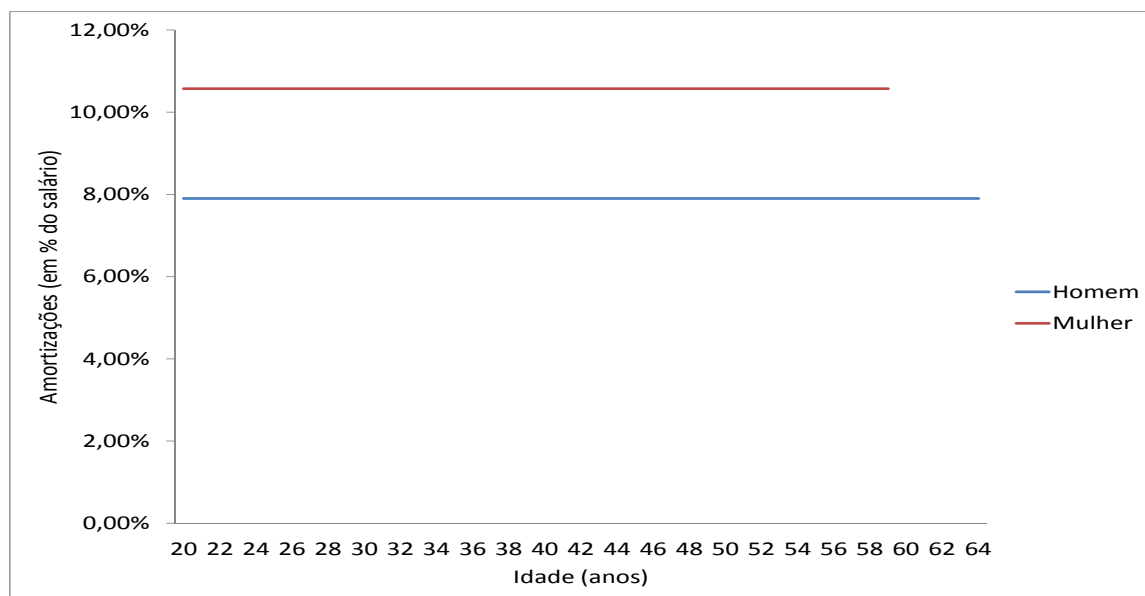


Figura 4.4: Amortizações constantes.

Caso 2

Neste cenário, Figuras 4.5 e 4.6, estudamos o esforço financeiro de um indivíduo de 40 anos (acabado de entrar no sistema) para financiar o seu complemento. Constatamos que a contribuição anual corresponde a uma percentagem considerável do salário, sendo essa percentagem maior para as mulheres, uma vez que têm menos tempo de contribuição.

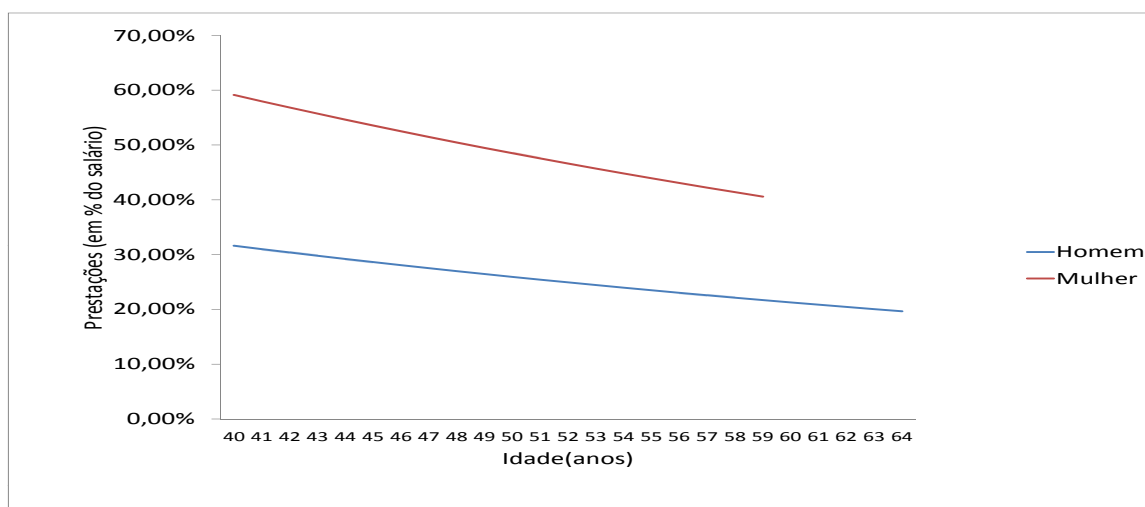


Figura 4.5: Prestações constantes.

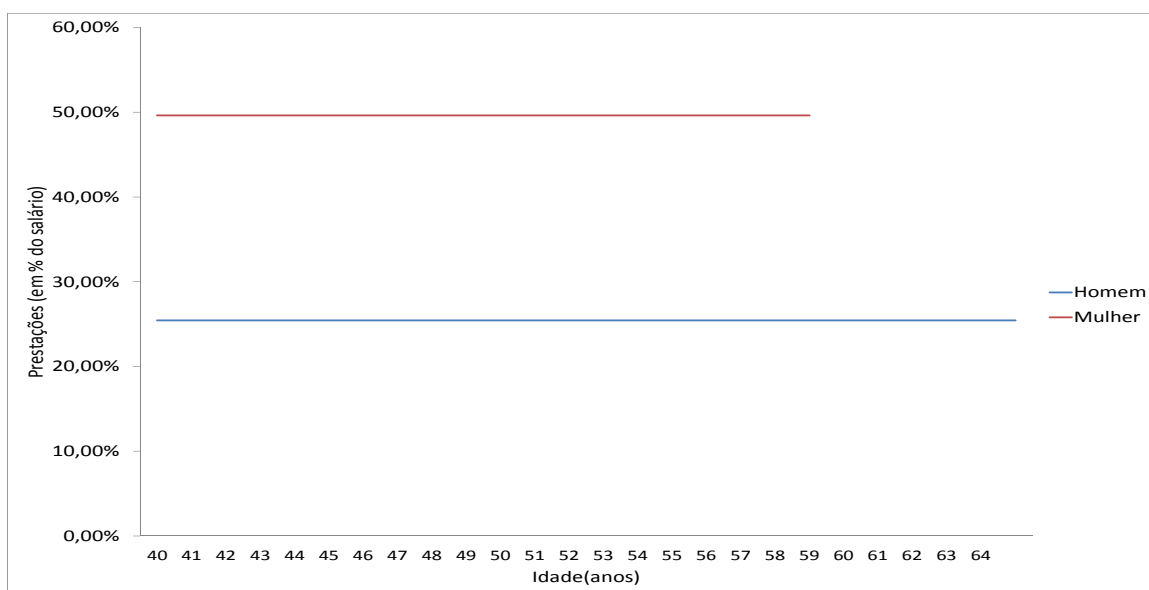


Figura 4.6: Amortizações constantes.

Caso 3

Para este cenário analisamos o caso de indivíduos que, por algum motivo, não têm o direito à pensão da Segurança Social. Estes têm que financiar sozinhos a sua reforma tendo, por isso, que efectuar um esforço financeiro ainda maior, não sendo assim aconselhável o recurso a este tipo de produto.

O objectivo do PPR é incentivar a poupança das famílias, por isso o Estado deve conceder benefícios fiscais vantajosos a quem subscrever estes produtos financeiros tornando-os mais atractivos.

Ainda assim, um indivíduo que esteja mais próximo da reforma, não encontra vantagens em optar por investir num PPR, porque este possui limitações em termos de liquidez e acarreta encargos significativos (comissões). Nestas situações, o indivíduo deverá “jogar” mais na defensiva e apostar num produto financeiro com garantia de capital.

Do mesmo modo, as pessoas com idades inferiores a 40 anos deverão investir em produtos financeiros com maior liquidez e maiores rentabilizações, porém, com maior risco, como por exemplo investir na bolsa.

De um modo geral, qualquer que seja a idade ou sexo de um indivíduo, o momento para começar a poupar é já! Contudo, a idade ideal para aplicar em complementos são os 40 anos,

o que não significa que se descure a poupança para a reforma antes dessa data, bem pelo contrário, deve-se iniciar uma poupança regular o mais cedo possível.

4.3.4 Cenários-II

Nesta subsecção vai-se apresentar as diferentes formas de financiamento do PPR indicando a percentagem do salário a aforrar em função da idade de entrada no mercado de trabalho, da idade do início do aforro e da percentagem do salário que se quer receber à INR e vai-se também avaliar o impacto da utilização das tábuas de mortalidade dinâmica e estática no custo total do PPR.

Prestações constantes

Neste cenário o montante a pagar mensalmente é fixo, significando uma percentagem decrescente do salário, à medida que se aproxima a INR.

Idade		Rácio de substituição do Sal à INR		
Entrada SS	Início aforro	100%	90%	80%
20	20	10,44%	6,73%	3,02%
20	30	16,01%	10,32%	4,63%
20	40	26,55%	17,12%	7,68%
25	25	11,36%	7,32%	3,29%
25	35	18,01%	11,61%	5,21%
25	45	31,88%	20,55%	9,22%
30	30	16,52%	12,07%	7,62%
30	40	27,40%	20,02%	12,64%
30	50	53,71%	39,24%	24,77%

Tabela 4.5: *Percentagem do salário a aforrar em função da idade de entrada no mercado de trabalho, da idade do início do aforro e da percentagem do salário à INR - Prestações constantes.*

De acordo com a Tabela 4.5, pode-se aferir das consequências de uma entrada tardia no mercado de trabalho, bem como as implicações do adiamento da constituição de um aforro. Assim, numa situação ótima, ou seja, um indivíduo (homem) que entra para o mercado de trabalho aos 20 anos e de imediato começa a aforrar, caso queira usufruir da totalidade do seu salário à idade normal de reforma, iniciará a contribuir com 10,44% do seu salário, sendo essa percentagem decrescente à medida que se aproxima a idade de reforma. No entanto, atendendo a que à INR já se tem uma vida constituída, pode esse mesmo indivíduo optar por receber 90% ou 80% do seu último salário, iniciando nesse caso a contribuir com 6,73% e

3,02% respectivamente, do seu salário, representando um custo acessível a qualquer indivíduo que esteja a iniciar a sua vida laboral.

Contudo, um indivíduo pode optar por começar a aforrar passados alguns anos da sua entrada no mercado de trabalho. Assim, para um indivíduo que, entrando no mercado de trabalho aos 20 anos, só comece a aforrar aos 30 anos, caso queira receber 100% do seu salário ao se reformar, terá que iniciar a contribuição com 16,01% do seu salário, baixando essa percentagem para 10,32% e 4,63% caso queira receber, à INR, 90% ou 80% respectivamente, do seu último salário.

Na actual realidade Cabo-verdiana e Mundial, assiste-se cada vez mais a uma entrada tardia no mercado de trabalho devendo-se isso, principalmente, ao facto de os jovens optarem por se qualificarem cada vez mais, antes de começarem a vida activa. Assim, apresenta-se nessa mesma tabela cenários para a entrada no mercado de trabalho aos 25 e 30 anos com aforro imediato, ou passados alguns anos, da mesma forma se apresenta a possibilidade de opção por receber, à INR, 100%, 90% ou 80% do último salário.

Os resultados apresentados na Tabela 4.5 reforçam a tese de que 40 anos é uma idade boa para o início do aforro, uma vez que já se tem uma vida estável e um início de contribuição de 7,68% ou 12,64% para um indivíduo que comece a trabalhar aos 20 e 30 anos respectivamente e comece a constituir aforro aos 40 anos, parece bastante razoável.

Amortizações constantes

Neste cenário, a percentagem do salário a pagar anualmente é fixa. Assim, de acordo com a Tabela 4.6, um homem que entra para o mercado de trabalho aos 20 anos e de imediato inicia o aforro contribuirá, até à INR, com 7,20%, 4,64% e 2,08% do seu salário, caso queira receber, após a reforma, a totalidade do seu último salário ou 90% e 80% respectivamente.

Já um indivíduo que comece a trabalhar aos 30 anos e passados 10 anos inicie a constituição do aforro, a contribuição será numa percentagem fixa de 22,04%, 16,10% e 10,17% do seu salário, caso queira receber, após a reforma, 100% do seu último salário ou 90% e 80% respectivamente.

Impacto do uso da tábua de mortalidade estática

Os dados da Tabela 4.7 foram obtidos recorrendo a uma tábua de mortalidade estática. Podemos observar que o custo do aforro é ligeiramente inferior aos apresentados nas tabelas anteriores, onde foi utilizado a tábua de mortalidade dinâmica.

A variação do custo do aforro, em relação ao uso de uma tábua de mortalidade dinâmica, é

Idade		Rácio de substituição do Sal à INR		
Entrada SS	Início aforro	100%	90%	80%
20	20	7,20%	4,64%	2,08%
20	30	11,89%	7,67%	3,44%
20	40	21,36%	13,77%	6,18%
25	25	8,13%	5,24%	2,35%
25	35	13,91%	8,97%	4,02%
25	45	26,76%	17,25%	7,74%
30	30	12,27%	8,97%	5,66%
30	40	22,04%	16,10%	10,17%
30	50	47,10%	34,41%	21,72%

Tabela 4.6: *Percentagem do salário a aforrar em função da idade de entrada no mercado de trabalho, da idade do início do aforro e da percentagem do salário à INR - Amortizações constantes.*

traduzida pela Tabela 4.8.

As percentagens fixas do salário a pagar até à INR é também menor se calculada com base numa tábua de mortalidade dinâmica, conforme se pode observar na Tabela 4.9. A variação de custos é dada pela Tabela 4.10.

Um exercício idêntico pode ser feito para o sexo feminino, cujos resultados estão descritos nas Tabelas 4.11, 4.12, 4.13 e 4.14.

Pode-se confirmar, por análise das Tabelas 4.11 e 4.12, que o custo de um PPR para as mulheres é maior quando comparado com o custo para os homens, nas mesmas condições de entrada na Segurança Social e início de aforro. Isto deve-se ao facto de, por um lado, as mulheres possuírem uma esperança média de vida superior que a dos homens e, por outro lado, reformam-se mais cedo, daí possuírem uma densidade contributiva menor e menos tempo de aforro em relação a estes, o que torna insuportável a constituição de um aforro acima dos 40 anos. A idade razoável de constituição de aforro para o caso das mulheres parece-nos ser aos 30 anos.

Do mesmo modo, o uso da tábua de mortalidade estática significa um custo de PPR menor, em relação ao mesmo custo, determinado usando a tábua de mortalidade dinâmica, conforme as Tabelas 4.13 e 4.14, ou seja, o uso de uma tábua de mortalidade estática conduz a uma subestimação dos prémios e das responsabilidades nos produtos com benefícios de longo prazo em caso de vida, fruto da subestimação da esperança média de vida e evoluções temporais da mortalidade.

Idade		Rácio de substituição do Sal à INR		
Entrada SS	Início aforro	100%	90%	80%
20	20	9,94%	6,41%	2,87%
20	30	15,24%	9,82%	4,41%
20	40	25,27%	16,29%	7,31%
25	25	10,80%	6,96%	3,12%
25	35	17,12%	11,04%	4,95%
25	45	30,31%	19,54%	8,77%
30	30	15,69%	11,46%	7,24%
30	40	26,02%	19,01%	12,00%
30	50	51,01%	37,27%	23,53%

Tabela 4.7: *Percentagem do salário a aforrar em função da idade de entrada no mercado de trabalho, da idade do início do aforro e da percentagem do salário à INR -Prestações constantes usando tábua de mortalidade estática.*

Idade		Rácio de substituição do Sal à INR		
Entrada SS	Início aforro	100%	90%	80%
20	20	0,50%	0,32%	0,15%
20	30	0,77%	0,50%	0,22%
20	40	1,28%	0,82%	0,37%
25	25	0,56%	0,36%	0,16%
25	35	0,89%	0,57%	0,26%
25	45	1,57%	1,01%	0,45%
30	30	0,83%	0,61%	0,38%
30	40	1,38%	1,01%	0,64%
30	50	2,70%	1,97%	1,25%

Tabela 4.8: *Variação do custo do aforro, em relação ao uso de uma tábua dinâmica, em função da idade de entrada no mercado de trabalho, da idade do início do aforro e da percentagem do salário à INR - Prestações constantes usando tábua de mortalidade estática.*

Idade		Rácio de substituição do Sal à INR		
Entrada SS	Início aforro	100%	90%	80%
20	20	6,86%	4,42%	1,98%
20	30	11,32%	7,30%	3,27%
20	40	20,33%	13,11%	5,88%
25	25	7,73%	4,98%	2,24%
25	35	13,23%	8,53%	3,83%
25	45	25,44%	16,40%	7,36%
30	30	11,65%	8,52%	5,38%
30	40	20,93%	15,29%	9,66%
30	50	44,73%	32,68%	20,63%

Tabela 4.9: *Percentagem do salário a aforrar em função da idade de entrada no mercado de trabalho, da idade do início do aforro e da percentagem do salário à INR - Amortizações constantes usando tábua de mortalidade estática.*

Idade		Rácio de substituição do Sal à INR		
Entrada SS	Início aforro	100%	90%	80%
20	20	0,35%	0,22%	0,10%
20	30	0,57%	0,37%	0,17%
20	40	1,03%	0,66%	0,30%
25	25	0,40%	0,26%	0,12%
25	35	0,68%	0,44%	0,20%
25	45	1,32%	0,85%	0,38%
30	30	0,62%	0,45%	0,28%
30	40	1,11%	0,81%	0,51%
30	50	2,37%	1,73%	1,09%

Tabela 4.10: *Variação do custo do aforro, em relação ao uso de uma tábua dinâmica, em função da idade de entrada no mercado de trabalho, da idade do início do aforro e da percentagem do salário à INR - Amortizações constantes usando tábua de mortalidade estática.*

Idade		Rácio de substituição do Sal à INR		
Entrada SS	Início aforro	100%	90%	80%
20	20	14,77%	9,52%	4,27%
20	30	23,42%	15,09%	6,77%
20	40	41,46%	26,72%	11,99%
25	25	21,66%	15,83%	9,99%
25	35	35,92%	26,25%	16,57%
25	45	70,42%	51,45%	32,48%
30	30	30,44%	23,84%	17,23%
30	40	53,89%	42,20%	30,51%
30	50	126,32%	98,92%	71,52%

Tabela 4.11: *Percentagem do salário a aforrar em função da idade de entrada no mercado de trabalho, da idade do início do aforro e da percentagem do salário à INR - Prestações constantes (Mulheres).*

Idade		Rácio de substituição do Sal à INR		
Entrada SS	Início aforro	100%	90%	80%
20	20	10,57%	6,81%	3,06%
20	30	18,09%	11,66%	5,23%
20	40	34,79%	22,43%	10,06%
25	25	16,09%	11,76%	7,42%
25	35	28,90%	21,12%	13,33%
25	45	61,75%	45,12%	28,48%
30	30	23,51%	18,41%	13,31%
30	40	45,23%	35,42%	25,61%
30	50	115,92%	90,78%	65,64%

Tabela 4.12: *Percentagem do salário a aforrar em função da idade de entrada no mercado de trabalho, da idade do início do aforro e da percentagem do salário à INR - Amortizações constantes (mulheres).*

Idade		Rácio de substituição do Sal à INR		
Entrada SS	Início aforro	100%	90%	80%
20	20	14,02%	9,04%	4,06%
20	30	22,22%	14,32%	6,43%
20	40	39,34%	25,36%	11,38%
25	25	20,52%	14,99%	9,46%
25	35	34,03%	24,86%	15,69%
25	45	66,71%	48,74%	30,77%
30	30	28,77%	22,53%	16,29%
30	40	50,95%	39,90%	28,85%
30	50	119,41%	93,51%	67,61%

Tabela 4.13: *Percentagem do salário a aforrar em função da idade de entrada no mercado de trabalho, da idade do início do aforro e da percentagem do salário à INR -Prestações constantes usando tábua de mortalidade estática (mulheres).*

Idade		Rácio de substituição do Sal à INR		
Entrada SS	Início aforro	100%	90%	80%
20	20	10,03%	6,47%	2,90%
20	30	17,16%	11,06%	4,96%
20	40	33,02%	21,29%	9,55%
25	25	15,24%	11,14%	7,03%
25	35	27,38%	20,00%	12,63%
25	45	58,49%	42,74%	26,98%
30	30	22,23%	17,41%	12,58%
30	40	42,76%	33,48%	24,21%
30	50	109,58%	85,82%	62,05%

Tabela 4.14: *Percentagem do salário a aforrar em função da idade de entrada no mercado de trabalho, da idade do início do aforro e da percentagem do salário à INR - Amortizações constantes usando tábua de mortalidade estática (mulheres).*

4.3.5 Análise de sensibilidade

Análise de sensibilidade à taxa de rendimento

Este exercício de análise de sensibilidade, foi elaborado alterando a taxa de rendimento (j) no intervalo 3% a 10%. Conforme podemos constatar analisando os dados da Tabela 4.15, uma alteração de 1% na taxa implica uma alteração média de custos de 34%. Considerou-se o percurso de um indivíduo do sexo masculino, que iniciou a actividade laboral aos 20 anos de idade e que se reforma aos 65 anos. Observamos que, com uma alta taxa de rendimento

j	VA PPR (CVE)	Variação
3%	949.198	—
4%	614.514	35,26%
5%	399.497	34,99%
6%	260.776	34,72%
7%	170.908	34,46%
8%	112.451	34,20%
9%	74.274	33,95%
10%	49.245	33,70%

Tabela 4.15: *Sensibilidade à taxa de rendimento.*

como pressuposto, ter-se-á um valor actual do complemento, como era expectável, menor e vice-versa. Assim, o valor actual do PPR é inversamente proporcional à taxa de rendimento, como seria de esperar.

Desta forma, devemos-nos resguardar quanto a expectativas demasiadamente optimistas em relação aos resultados e adoptar uma taxa de rendimento que represente a expectativa da taxa de rentabilidade dos activos financeiros do plano no longo prazo, e não resultados de oscilações no curto prazo.

Análise de sensibilidade à taxa de crescimento salarial

Alterando a taxa de crescimento salarial, s , no intervalo 3% a 10%, conclui-se que o aumento da taxa de crescimento salarial de 1% equivale a uma diminuição da taxa de substituição em 3% e um aumento do custo do PPR em termos médios de 38,7% (Tabela 4.16), considerando o percurso de um indivíduo do sexo masculino, que iniciou a actividade laboral aos 20 anos de idade e que se reforma aos 65 anos.

Assim, quanto maior a taxa de crescimento salarial, maior o custo estimado do complemento, como era expectável.

j	VA PPR (CVE)	Variação
3%	1.661.762,61	—
4%	2.837.930,24	41,44%
5%	4.752.413,83	40,28%
6%	7.831.505,46	39,32%
7%	12.731.869,42	38,49%
8%	20.458.180,67	37,77%
9%	32.537.847,50	37,12%
10%	51.279.233,41	36,55%

Tabela 4.16: Sensibilidade à taxa de crescimento salarial.

Tábuas de mortalidade dinâmicas vs Tábuas de mortalidade estáticas

Para evidenciarmos a importância do uso de tábuas dinâmicas na determinação das responsabilidades dos participantes de um PPR ou de subscritores de qualquer outro produto financeiro cuja responsabilidade assenta na estimativa de mortalidade representamos, nas Figuras 4.7 e 4.8, a evolução projectada do prémio único puro $\ddot{a}_{INR}^{[t]}$ calculado com base nas tábuas de mortalidade dinâmicas e o valor correspondente determinado a partir de uma tábua estática, \ddot{a}_{INR} . O prémio resultante da aplicação da tábua dinâmica elevou-se em 4,74% para as mulheres e 4,52% para o homens, em relação ao prémio calculado através da tábua estática. Esse aumento deve-se ao aumento da esperança de pagamento dos benefícios, uma vez que a tábua dinâmica pressupõe uma esperança de vida maior. Em Anexo encontram-se as tabelas comparativas por ano e por sexo.

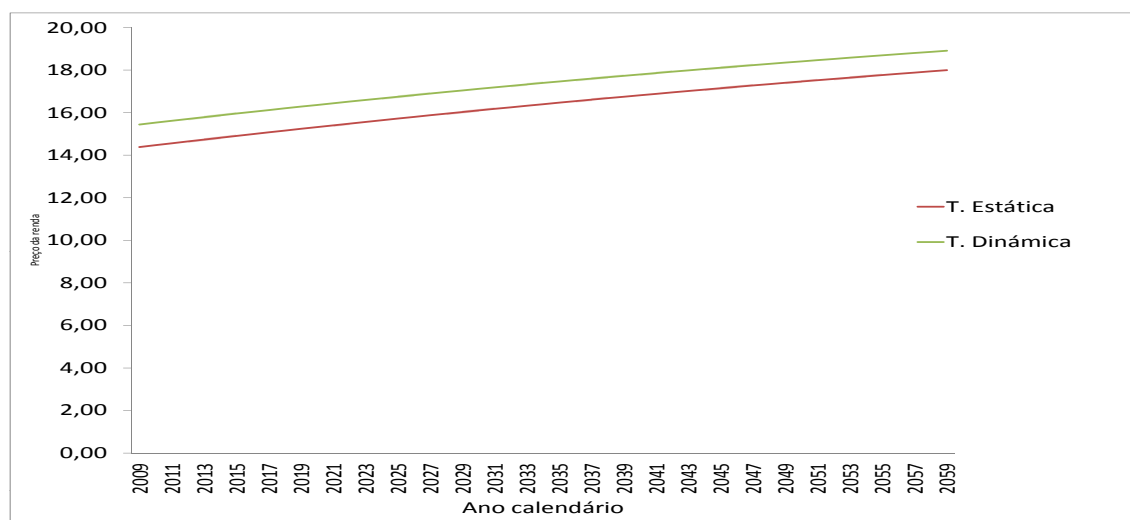


Figura 4.7: T. dinâmica vs T. estática - Feminino.

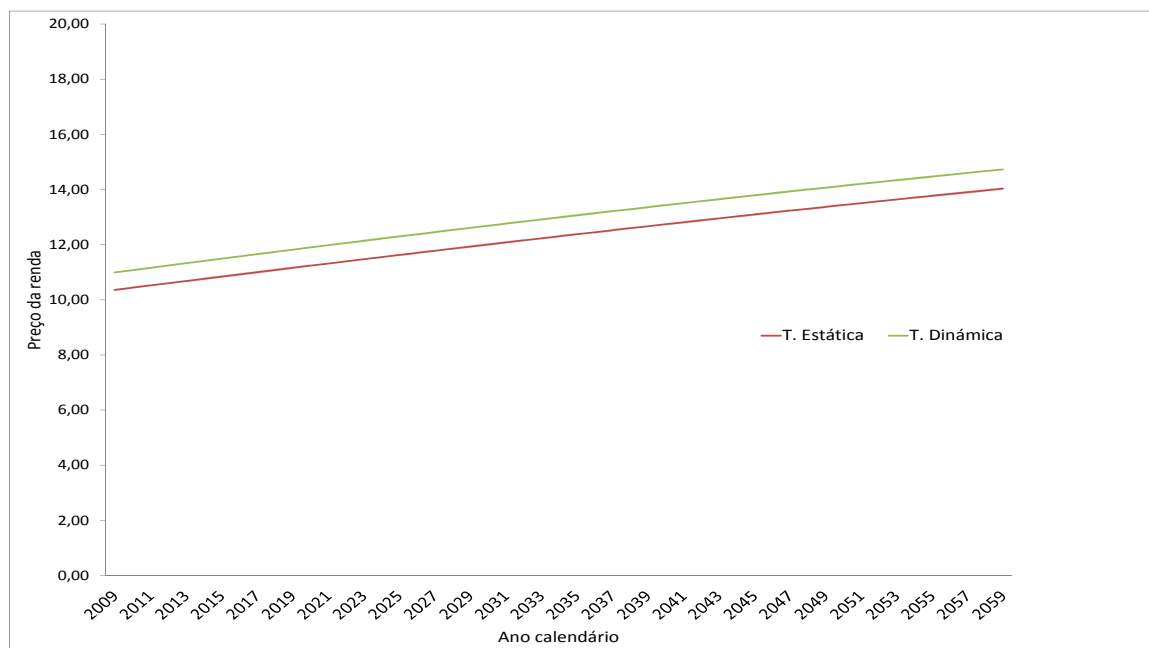


Figura 4.8: T. dinâmica vs T. estática - Masculino.

Capítulo 5

Conclusões

O actual modelo social depara-se com a necessidade de garantir o financiamento do aumento da longevidade e permitir que cada trabalhador escolha livremente como fazer esse financiamento.

A alternativa, consensual entre estudiosos e técnicos de instituições financeiras internacionais, recomendada pelo Banco Mundial e implementada com sucesso em diferentes países, é o estabelecimento de parcerias entre o Estado, o mercado e a sociedade.

Nesta dissertação apresentamos o método de Lee-Carter, visando a projecção da mortalidade da população de Cabo Verde e a determinação de medidas que permitem uma eficiente gestão dos riscos de mortalidade e de longevidade.

Os resultados obtidos nos estudos de projecção da longevidade da população de Cabo Verde confirmaram diferenças significativas entre os valores da renda vitalícia calculados por numa tábua de mortalidade estática e os valores calculados através da tábua dinâmica. Assim, a adopção de pressupostos actuariais clássicos conduz a uma subestimação dos prémios e das responsabilidades nos produtos com benefícios de longo prazo em caso de vida, o que evidencia a necessidade de adoptar tábuas de mortalidade prospectivas e uma supervisão atenta.

Os estudos efectuados, e a análise de diferentes cenários, permitiram-nos concluir que se deve iniciar uma poupança regular o mais cedo possível, independente do sexo, de forma a que esta seja gradual, à medida da capacidade financeira do indivíduo. Contudo, aponta-se os 40 anos para os homens e 30 anos para as mulheres, como sendo a idade ideal para se investir num PPR, devido aos condicionalismos de liquidez e encargos inerentes. Durante a realização desses estudos constatamos ainda que o custo da formação de um PPR para as mulheres é superior ao dos homens, o que realça a necessidade do sistema Cabo-verdiano de previdência social adoptar medidas no sentido de uniformizar a idade normal de reforma,

garantindo assim a igualdade entre os géneros.

Durante a realização desta dissertação deparamo-nos com a insuficiência de dados históricos para Cabo Verde ao nível da mortalidade, longevidade e informações sobre os fundos de pensões, em fase de implementação, constrangimentos estes que pretendemos ultrapassar num trabalho futuro.

Referências legislativas

1. Regime Contributivo.

- Lei de Bases sobre o sistema de protecção social.

Lei nº 131/V/2001 de 22/01/01, I Série nº2.

- Trabalhadores por conta de outrem.

Decreto-lei 5/2004 de 16/02/04 republicado através do Decreto-lei nº 51/2005 de 25/07/05, I Série nº 30.

Decreto-lei nº 47/2009 de 23 de Novembro, altera o artigo 11º do Decreto-lei 5/2004 de 16/02/04.

- Trabalhadores por conta própria.

Decreto-lei nº 28/03, de 25/08/03, I Série nº 27.

Decreto-lei nº 48/2009 de 23 de Novembro que revoga o Decreto-lei nº 28/03, de 25/08/03, I Série nº 27.

- Integração dos empresários em nome individual.

Decreto-lei nº 50/06 de 17/10, I Sé. Nº 30.

- Integração Regime da Função Pública.

Decreto-lei 21/2006 de 27/02/06, define o regime de integração gradual dos agentes públicos e equiparados no sistema de protecção social dos trabalhadores por conta de outrem.

Decreto-lei nº 40/06 de 10/07/06, altera o Decreto-lei nº 21/06 de 27/02.

- PPR.

Decreto-lei nº 26/2010 de 2 de Agosto, cria os Planos de Poupança Reforma/Educação.

2. Regime Não Contributivo.

Decreto-lei nº 24/2006 de 6 de Março, institui uma pensão do regime não contributivo de segurança social, designada de pensão social.

Decreto-lei nº 18/2010 de 14 de Junho, altera o Decreto-lei nº 24/2006 de 6 de Março.

Websites

- Banco de Cabo Verde.
<http://www.bcv.cv>
- Instituto Nacional de Estatística.
<http://www.ine.cv>
- Instituto Nacional de Previdência Social.
<http://www.inps.gov.cv>
- Human Mortality Database.
<http://www.mortality.org>
- Banco Mundial.
<http://www.worldbank.org>
- Organização Internacional do Trabalho.
<http://www.ilo.org>
- Câmara de Comércio Indústria e Turismo Portugal Cabo verde.
<http://www.portugalcaboverde.com>

- U.S. Census Bureau, International Database.

<http://www.census.gov/population/international/data/idb/informationGateway.php>

Referências Bibliográficas

- [Ahcan et al., 2011] Ahcan, A., Medved, D., Olivier, A., e Pitacco, E. (2011). Forecasting mortality by mixing mortality experiences. Insurance: Mathematics and Economics Congress.
- [Aucejo et al., 2008] Aucejo, A. M. D., Suay, F. M., e Garrido, R. S. (2008). *Tablas de mortalidad dinámicas para Españã. Una aplicación a la hipoteca inversa*. Universitat Politècnica de València, València.
- [Behrendt et al., 2011] Behrendt, C., Cichon, M., e Hagemeyer, K. (2011). Key lessons from the crisis and way forward, social security: Three lessons from the global crisis. Technical report, OIT.
- [Bertranou, 2001] Bertranou, F. (2001). Cobertura previsional en argentina, brasil y chile. Technical report, OIT.
- [Bowers et al., 1997] Bowers, N., Gerber, H., Hickman, J., Jones, D., e Nesbitt, C. (1997). *Actuarial Mathematics*. The Society of Actuaries, 2nd edition.
- [Bravo, 2007] Bravo, J. M. V. (2007). *Tábuas de Mortalidade Contemporâneas e Prospec-tivas: Modelos Estocásticos, Aplicações Actuariais e Cobertura do Risco de Longevidade*. PhD thesis, Universidade de Évora, Évora.
- [Burden e Faires, 1997] Burden, R. e Faires, J. D. (1997). *Numerical Analysis*. Brooks/Cole Publishing Company, 6nd edition.
- [Carvalho, 1993] Carvalho, P. S. (1993). *Planos e Fundos de Pensões*. Texto Editora, Lisboa.
- [Coelho et al., 2007] Coelho, E., Bravo, J., e Magalhaes, M. (2007). Mortality and longevity projections for the oldest-old in portugal. European Communities.
- [Coelho, 2001] Coelho, E. I. F. (2001). Método de Lee-Carter para previsão da mortalidade. *Revista de Estudos Demográficos nº 37 - Instituto Nacional de Estatística, Departamento de Estatísticas Sociais*.

- [Denuit e Quashie, 2005] Denuit, M. e Quashie, A. (2005). Modèles d'extrapolation de la mortalité aux grands âges. *Institute des Sciences Actuarielles et Institute de Statistique - Université Catholique de Louvain, Belgium*.
- [Dickson et al., 2009] Dickson, D. C. M., Hardy, M. R., e Waters, H. R. (2009). *Actuarial Mathematics for life contingent risks*. University Press, Cambridge.
- [Figoli, 1998] Figoli, M. G. B. (1998). Modelando e projetando a mortalidade no brasil. *Revista Brasileira de estudos de população, Brasília*.
- [Guimaraes, 2010] Guimaraes, M. (2010). A sustentabilidade financeira da segurança social. novos contributos para análise. APFIPP.
- [Holzmann e Hinz, 2005] Holzmann, R. e Hinz, R. (2005). Old age income support in the 21st century. an international perspective on pension systems and reform. Technical report, The World Bank.
- [INE-CV, 2010] INE-CV (2010). Inquérito ao emprego 2009 - considerações sobre a nova abordagem da medição do emprego em cabo verde. Instituto Nacional de Estatística - Cabo Verde.
- [INE-PT, 2010] INE-PT (2010). Tábuas completas de mortalidade para portugal - metodologia. Instituto Nacional de Estatística - Portugal.
- [James, 1998] James, E. (1998). Novos sistemas previdenciários: Experiências, evidências e questões pendentes. Technical report, The World Bank.
- [Lee e Carter, 1992] Lee, R. D. e Carter, L. R. (1992). Modeling and forecasting u. s. mortality. *Journal of the American Statistical Association, Vol. 87, No. 419 (Sep., 1992), pp. 659-671*.
- [Mendes, 2011] Mendes, F. R. (2011). *Segurança Social, o futuro hipotecado*. Fundação Francisco Manuel dos Santos, Lisboa.
- [Microsoft Corporation, 2007] Microsoft Corporation (2007). *Microsoft Office Excel*.
- [OIT, 2011] OIT (2011). Social security for social justice and a fair globalization. Technical report, International Labour Office, Geneva.
- [Press et al., 1993] Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., e Flannery, B. P. (1993). *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, Cambridge.
- [R Development Core Team, 2004] R Development Core Team (2004). *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. 3-900051-07-0.

- [Semedo, 2010] Semedo, N. C. (2010). Sistema de protecção social cabo-verdiano: Sustentabilidade financeira do regime geral - o caso do *INPS*. Dissertação de mestrado, ISEG, UTL.

Anexos

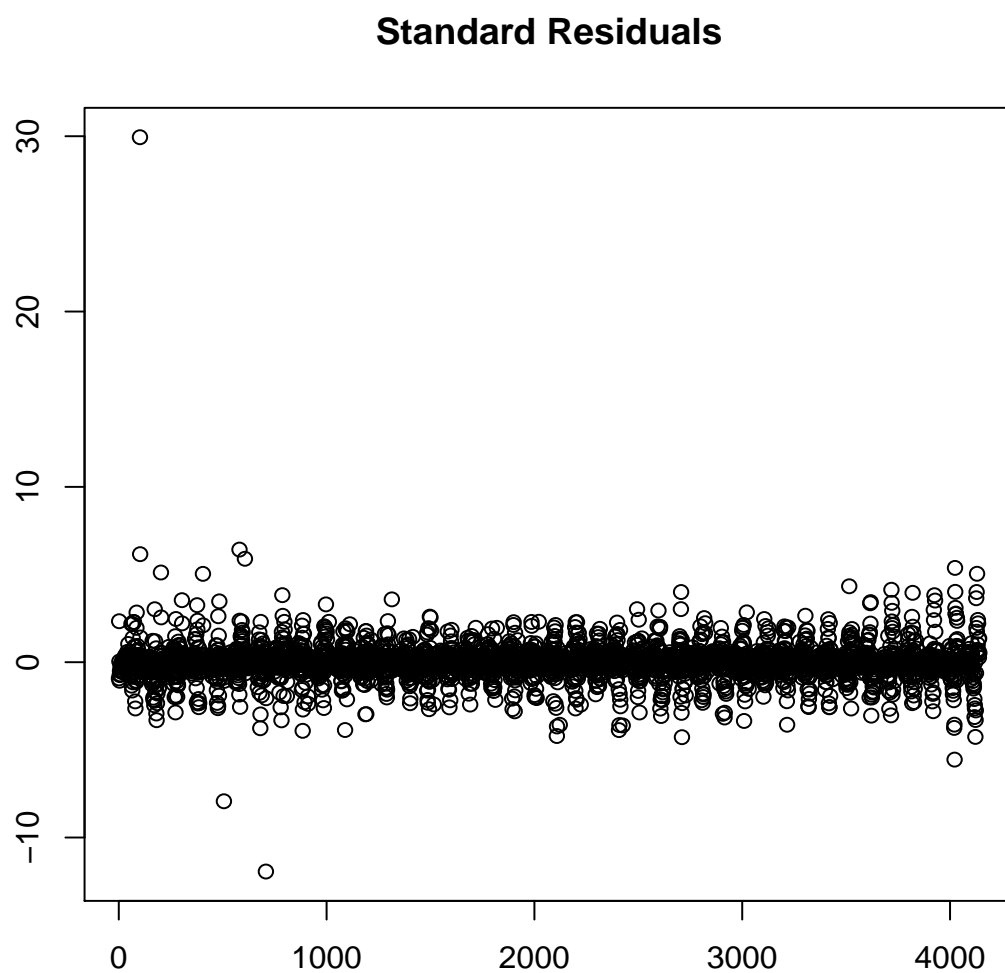


Figura 5.1: Resíduos do modelo (2.11)- sexo feminino.

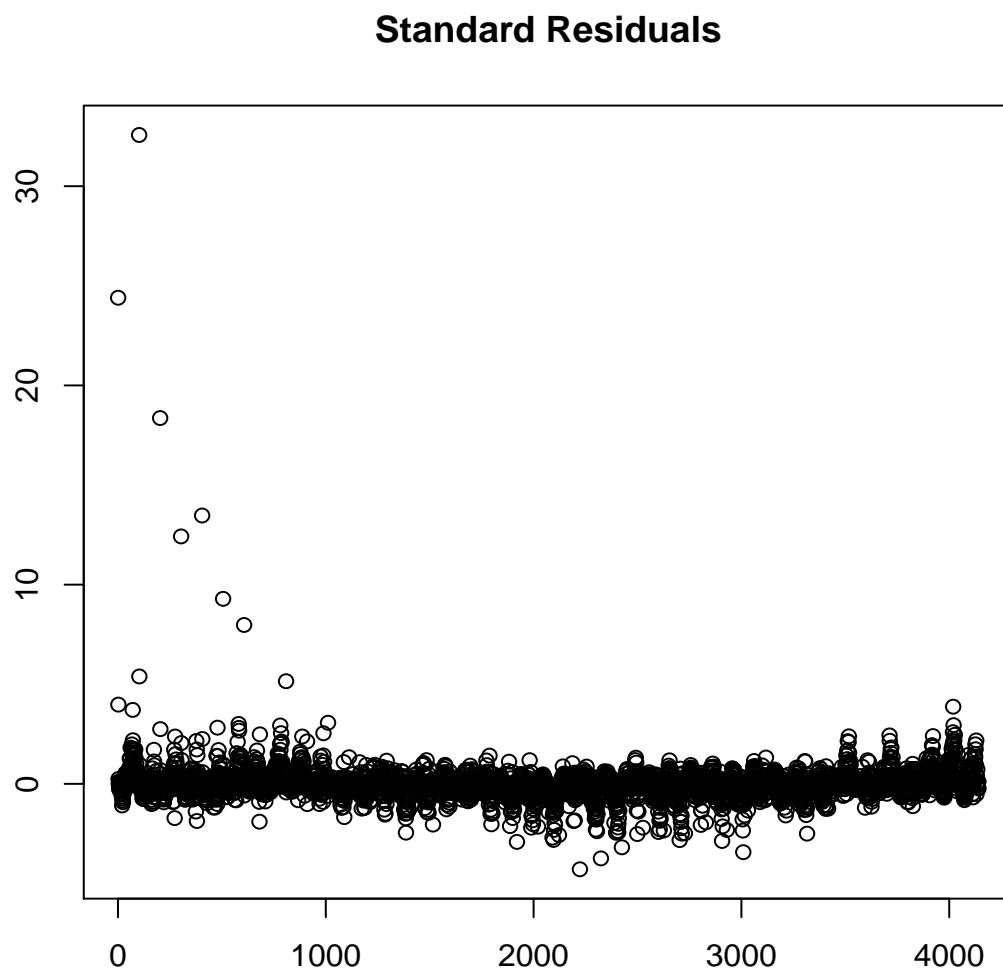


Figura 5.2: Resíduos do modelo (2.11)- sexo masculino.

x	$LimInf$	$\ddot{a}_x^{[2011]}$	$LimSup$
50	16,92	17,89	18,83
51	16,51	17,48	18,43
52	16,11	17,07	18,01
53	15,69	16,65	17,58
54	15,27	16,22	17,16
55	14,84	15,79	16,71
56	14,42	15,35	16,26
57	13,98	14,89	15,80
58	13,54	14,44	15,34
59	13,10	13,98	14,87
60	12,65	13,52	14,39
61	12,21	13,06	13,91
62	11,76	12,59	13,42
63	11,31	12,11	12,93
64	10,86	11,68	12,43
65	10,41	11,16	11,92
66	9,97	10,69	11,43
67	9,53	10,22	10,93
68	9,09	9,75	10,43
69	8,64	9,27	9,93
70	8,21	8,81	9,43

Tabela 5.1: Intervalo de confiança para o preço das rendas vitalícias de um indivíduo de sexo masculino entre os 50 a 70 anos, para Cabo Verde.

x	$LimInf$	$\ddot{a}_x^{[2011]}$	$LimSup$
50	19,22	20,12	20,95
51	18,81	19,71	20,55
52	18,39	19,30	20,14
53	17,97	18,88	19,72
54	17,53	18,44	19,29
55	17,09	17,99	18,84
56	16,63	17,54	18,39
57	16,17	17,07	17,92
58	15,70	16,59	17,44
59	15,23	16,11	16,96
60	14,75	15,62	16,46
61	14,26	15,12	15,95
62	13,76	14,61	15,43
63	13,25	14,09	14,89
64	12,74	13,55	14,35
65	12,23	13,02	13,80
66	11,71	12,49	13,25
67	11,19	11,94	12,68
68	10,67	11,39	12,11
69	10,15	10,84	11,53
70	9,63	10,29	10,95

Tabela 5.2: Intervalo de confiança para o preço das rendas vitalícias de um indivíduo de sexo feminino entre os 50 a 70 anos, para Cabo Verde.

Ano	\ddot{a}_{65}	$\ddot{a}_{65}^{[t]}$
2009	10,36	10,99
2010	10,44	11,07
2011	10,52	11,16
2012	10,60	11,24
2013	10,68	11,32
2014	10,76	11,41
2015	10,84	11,49
2016	10,92	11,57
2017	11,00	11,65
2018	11,07	11,74
2019	11,16	11,82
2020	11,24	11,90
2021	11,31	11,98
2022	11,39	12,06
2023	11,47	12,14
2024	11,55	12,22
2025	11,62	12,30
2026	11,70	12,37
2027	11,78	12,45
2028	11,85	12,53
2029	11,93	12,61
2030	12,00	12,68
2031	12,08	12,76
2032	12,15	12,84
2033	12,23	12,91
2034	12,30	12,99
2035	12,38	13,06
2036	12,45	13,14
2037	12,52	13,21
2038	12,59	13,29
2039	12,67	13,36
2040	12,74	13,43

Tabela 5.3: Tabela estática (\ddot{a}_{65}) versus Tabela dinâmica ($\ddot{a}_{65}^{[t]}$)-Homens.

Ano	\ddot{a}_{60}	$\ddot{a}_{60}^{[t]}$
2009	14,38	15,44
2010	14,47	15,53
2011	14,56	15,62
2012	14,65	15,70
2013	14,73	15,79
2014	14,82	15,87
2015	14,91	15,96
2016	14,99	16,04
2017	15,07	16,12
2018	15,16	16,20
2019	15,24	16,28
2020	15,32	16,36
2021	15,40	16,44
2022	15,48	16,52
2023	15,56	16,60
2024	15,64	16,67
2025	15,72	16,75
2026	15,80	16,82
2027	15,88	16,90
2028	15,95	16,97
2029	16,03	17,04
2030	16,10	17,12
2031	16,18	17,19
2032	16,25	17,26
2033	16,32	17,33
2034	16,40	17,40
2035	16,47	17,47
2036	16,54	17,53
2037	16,61	17,60
2038	16,68	17,67
2039	16,75	17,73
2040	16,82	17,80

Tabela 5.4: Tabela estática (\ddot{a}_{60}) versus Tabela dinâmica ($\ddot{a}_{60}^{[t]}$)-Mulheres.